

Övningsprov 1 – Ma5

1. 4 personer ska ställa sig i en kö. På hur många olika sätt kan de personerna ställa sig i kön?

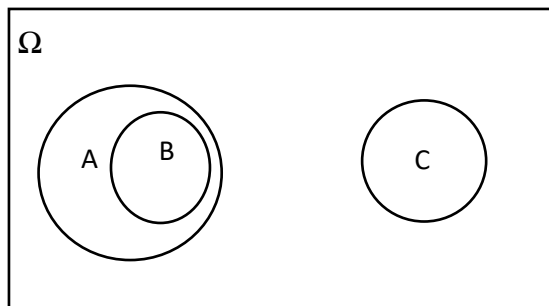
(2/0/0)

2. I Sverige bor det ungefär 10,5 miljoner människor. Sverige har också 290 kommuner. Visa att oavsett hur man fördelar befolkningen i Sverige kommer minst en kommun ha 36000 personer

(3/0/0)

3. Placera ut rätt mängd i rätt mängdrepresentation i venndiagrammet

1. $\{x|x \text{ är alla jämna tal}\}$
2. $\{x|x \text{ är alla tal som är delbara med } 8\}$
3. $\{x|x \text{ är alla udda tall}\}$



(2/1/0)

4. I en grupp med 20 personer ska man välja ut två representanter till en konferens.
 - a) På hur många sätt kan man göra det?
 - b) Gruppen innehåller 8 kvinnor och 12 män. På hur många sätt kan man välja tre representanter om det måste vara en man och en kvinna i representantgruppen?

(3/1/0)

5. Utveckla följande uttryck med hjälp av binomialsatsen $(2x - y)^4$

(1/1/0)

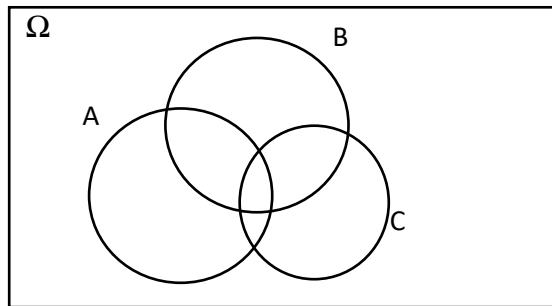
6. Joakim ska beställa mat på en restaurang. Här är menyn.

Förrätt	Huvudrätt	Efterrätt
Toast Skagen	Burgare	Vaniljglass
Vitlöksbröd	Pizza	Panacotta
Linssoppa	Höstsoppa	Fruktskål
Svampsoppa	Schnitzel	Crepe Brulée

- a) Hur mycket olika kombinationer av tre rätter kan han välja totalt?
- b) Joakim vill inte ha soppa till både förrätt och huvudrätt. Hur många kombinationer av tre rätter kan han nu välja?

(2/1/0)

7. Markera följande mängd i venndiagrammet $A \setminus (B \cup C)$



(0/1/0)

8. Hur många av talen 1, 2, 3, 4... 1398, 1399, 1400 är inte delbara med 2 eller 7?

(0/1/2)

9. Förenkla följande uttryck $\frac{n! - (n-2)!}{n^2 - n - 1}$

(0/0/2)

10. Hur många ord ska bilda av följande bokstäver? (Anta att alla bokstavskombinationer ger ett ord)

KOMBINATORIK

- a) Överhuvudtaget?
- b) Om man väljer ut 3 bokstäver

(0/2/2)

11. Du har två mängder A och B .

- Du vet att A har 16 delmängder.
- Du vet att $(A \cup B)$ har 64 delmängder
- Du vet att B har 32 delmängder.

Bestäm antalet delmängder för $((A \setminus B) \cup (B \setminus A))$

(0/0/2)

1. $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

2. Enligt andra l dPrincipen l dor: 290 och f rem l: 10,5 miljoner $\Rightarrow 290 \cdot 36000 + 1 = 10440001$

10,5 miljoner > 10,44 miljoner vilket visar att det  f r mme

3. 1 - A

2 - B

3 - C

4. a) $\binom{20}{2} = \frac{20!}{2!(20-2)!} = \frac{20!}{2! \cdot 18!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{2! \cdot 18!} = 10 \cdot 19 = 190$

b) h m ? Vi plac r ut en v nnare och man sen har vi 18 kvar! Titta p  hur m nga kombinationer vi har totalt sen ta bort de kombinationer d r alla representer  r m n eller v nnare

$\binom{20}{3} - \left(\binom{8}{3} + \binom{12}{3} \right) = 864$ S r: 864 st Finns andra s tt att  s a detta p !

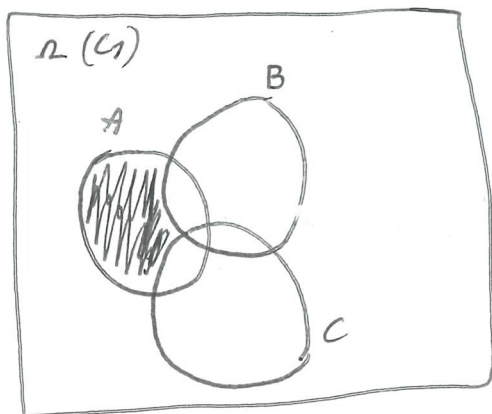
5. $(2x - y)^4 = \binom{4}{0}(2x)^4 + \binom{4}{1}(2x)^3 \cdot (-y) + \binom{4}{2}(2x)^2 \cdot (-y)^2 + \binom{4}{3}2x \cdot (-y)^3 + \binom{4}{4}(-y)^4$
 $= 16x^4 - 32x^3y + 24x^2y^2 - 8xy^3 + y^4$

6. $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
 f r r tt  fterr tt

b) Ta bort alternativen med soppa i b de f r r tt och  fterr tt

$64 - 8 = 56$

7.



8. Använd mängder!

mängd $A = \{x \mid x \text{ är udda tal som är delbara med } 2 \text{ då } 1 \leq x \leq 1400\}$

mängd $B = \{x \mid x \text{ är udda tal som är delbara med } 7 \text{ då } 1 \leq x \leq 1400\}$

$$\text{Antal element } A = \frac{1400}{2} = 700$$

$$\text{Antal element } B = \frac{1400}{7} = 200$$

$$\text{Antal element } A \cap B = \frac{1400}{2 \cdot 7} = \frac{1400}{14} = 100$$

$$|A| + |B| - |A \cap B| = |A \cup B| \Rightarrow 700 + 200 - 100 = 800$$

$1400 - 800 = 600$ - 600 st är inte delbara med 2 eller 7.

$$\begin{aligned} 9. \quad \frac{n! - (n-2)!}{n^2 - n - 1} &= \frac{n(n-1) \cdot (n-2)! - (n-2)!}{n^2 - n - 1} = \frac{(n-2)! (n(n-1) - 1)}{n^2 - n - 1} \\ &= \frac{(n-2)! (n^2 - n - 1)}{n^2 - n - 1} = (n-2)! \end{aligned}$$

$$10. \quad a) \quad 12 \text{ bokstäver med } 3 \text{ dubbletter!} \quad \frac{12!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 59875200$$

dubbletter $\begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{matrix}$

b) Dela upp i fall!

Fall 1: Inga dubbletter: $Pr(9,3) = 504$

Fall 2: En dubblett: $\underline{D} \underline{D} \underline{?} \quad \underline{D} \underline{?} \underline{D} \quad \underline{?} \underline{D} \underline{D}$ 3 sätt att placera dubbletten

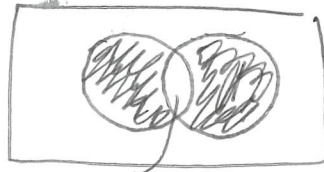
Det finns också 3 dubbletter, sen har vi 8 bokstäver
 var ett piece!

$$3 \cdot 3 \cdot 8 = 72$$

$$\text{Totalt: } 504 + 72 = 576 \quad \text{Svar: } 576 \text{ st.}$$

11. A har 16 delmängder $\Rightarrow 2^4 = 16$ — Antal element
 $A \cup B$ har 64 delmängder $\Rightarrow 2^6 = 64$ — Antal element
 B har 32 delmängder $\Rightarrow 2^5 = 32$ — Antal element

$$A \setminus B \cup B \setminus A$$



Såh $A \cap B$

$$|A| + |B| - |A \cap B| = |A \cup B|$$

$$|A| + |B| - |A \cup B| = |A \cap B|$$

$$4 + 5 - 6 = 3 \quad |A \cap B| = 3$$

$$|A \setminus B \cup B \setminus A| = (|A \cup B| - |A \cap B|) = 6 - 3$$

$$|A \setminus B \cup B \setminus A| = 3$$

$$2^3 = 8 \quad \text{Svar: } 8 \text{ st}$$

Antal
delmängder