

Slutövningsprov – Matematik 1c

Del 1: utan miniräknare och geogebra

1. Beräkna

a) $\frac{4}{5} - \frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

c) $\sqrt{36} + \sqrt{16 + 9} + \sqrt{2}\sqrt{8}$

d) $\frac{4+4+4+4}{2^3}$

e) $2^{-2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2^{-1}}$ (4/2/0)

2. Utveckla och förenkla uttrycken

a) $2(3 + x) - 3(x + 1)$

b) $(2x + 3)(5 + x)$

c) $(x + 4)^2 - (8x + 16)$

d) $a^2 \cdot a^{-2} \cdot b^0 + a^0$

e) $\frac{x^2y^3z^6}{xz^{-4}y^4}$ (4/3/0)

3. Faktorisera uttrycken så mycket som möjligt

a) $2x^2 - 4$

b) $x^2 - x$

c) $4x^3 - 16x^2$

d) $xy^2z^3 + x^2y^2z^2 + x^3y^2z$ (3/1/0)

4. Lös ekvationerna

a) $2(x + 4) = -4(x + 1)$

b) $x^2 + 6x = 81 + 6x$

c) $\frac{x}{4} = \frac{4}{x}$

d) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{5}$

e) $(x + 1)(x - 4) = x^2 + 2x$

f) $\frac{x^{100}}{x^{102}+x^{100}} = \frac{10}{100}$ (6/2/1)

5. Skissa grafen till den räta linjen som går igenom punkterna (2, 5) och (4, 11). Bestäm också dess ekvation (2/0/0)

6. Skriv följande tal i grundpotensform

a) 15 400 000

b) 120 000 000

c) 0,00 000 0043

d) 0,00 000 873 (4/0/0)

7. Bestäm y uttryckt i x

a) $2y + x = 4$

b) $4x + 10 - 4y = 0$

c) $x^2 + y^2 = 1$ (2/1/0)

8. Skriv följande enheter med lämpligt prefix

a) 10 000 meter

b) $143 \cdot 10^6$ gram

c) 740 000 000 000 byte

d) 0,00 000 32 meter

e) 0,00 000 000 00234 gram (5/0/0)

9. Nedan har du 3 funktioner bestäm följande

a) $f(2)$

b) $h(-2)$

c) $g(2)$

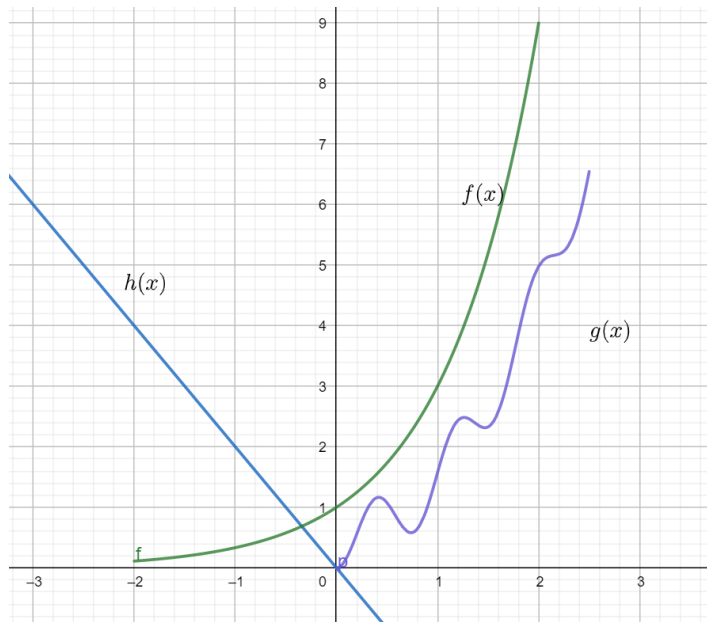
d) $f(1) + h(-1)$

e) $h(x) = 6$

f) $g(x) = 1,5$

g) Bestäm b då $f(b + 1) = 9$

- h) Definitionsmängden för $f(x)$
- i) Definitionsmängden för $g(x)$
- j) Värdeområdet för $g(x)$



(6/1/0)

10. a) Det nyskapade Joakimpartiet vill komma in i kommunfullmäktige i Lund. Det krävs 3% för att komma in. Under en valundersökning som genomförde i maj fick Joakimpartiet 2,6% av rösterna. Undersökningen hade en felmarginal på $\pm 0,5$ procentenheter. Bestäm om det är statistiskt säkerställt att Joakimpartiet inte kommer in i kommunfullmäktige.

b) I juli gjorde man en ny undersökning där Joakimpartiet fick 3,4% av rösterna. Valundersökningen hade samma felmarginal som undersökningen i maj. Bestäm om det är statistiskt signifikant att Joakimpartiet kommer in i kommunfullmäktige **och** är ökningen för partiet statistisk signifikant?

(2/1/0)

11. Joakim har börjat ett nytt jobb där han ska sälja mobilabonnemang. Lönekontraktet är följande

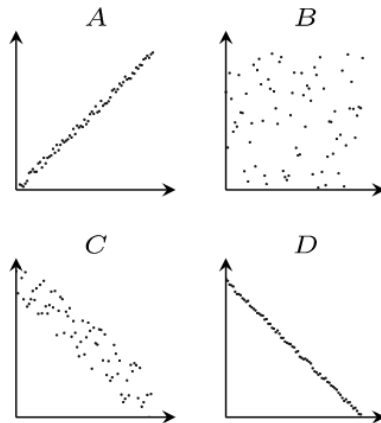
Namn:	Joakim Jideström
Född:	Joakim Jideströms födelsedag
Fast lön	10 000 kr i månaden
Rörlig lön	200 kr per sålt mobilabonnemang
Signatur:	

- Bestäm en funktion som beskriver Joakims lön beroende på hur många mobilabonnemang han säljer
- Efter hur många sålda mobilabonnemang har Joakim en lön på 22 000 kr
- Rita grafen till funktionen

(3/1/0)

12. Para ihop följande begrepp med spridningsdiagrammen med följande begrepp:

- Positiv korrelation
- Negativ korrelation
- Ingen korrelation
- Svag negativ korrelation



(2/0/0)

13. Du har en påse med 100 kulor. 25 kulor är svarta, 30 kulor är vita, 10 kulor är röda och 35 är blå. Vad är sannolikheten att: **(OK att använda miniräknare här)**

- Du får en vit om du plockar upp en kula?
- Du får en svart eller en vit om du plockar upp en kula?
- Du får en blå eller en vit eller en röd om du plockar upp en kula?
- Du får två svarta om du plockar upp två kulor (utan återläggning)?
- Du får två röda om du plockar upp två kulor (utan återläggning)?
- Du får en röd och en svart om du plockar upp två kulor (utan återläggning)?
- Du får minst en vit kula om du plockar två kulor (utan återläggning)?

(5/2/0)

14. Faktoriser uttrycken och förenkla om möjligt

a) $a^2 - 2a$

b) $ab^2 - a^2b$

c) $4xy + 2x^2y^2 - 6x^3y^3$

d) $\frac{x^2 - x}{5x}$

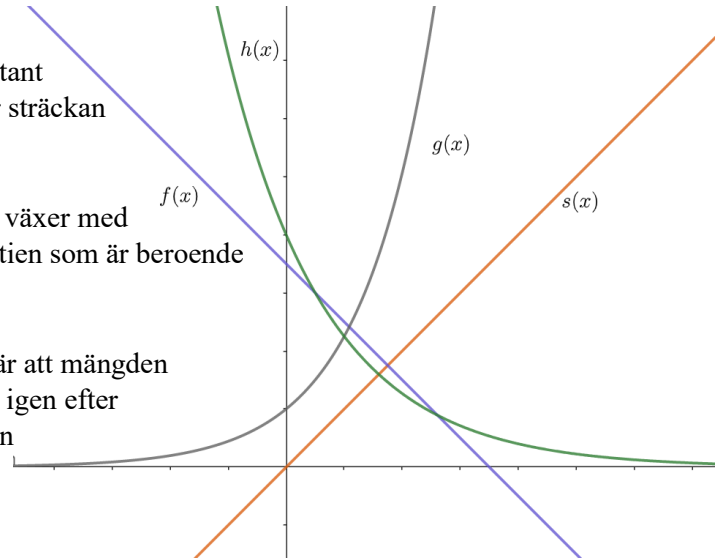
e) $\frac{x + 4x^2}{1 + 4x}$

f) $\frac{b^2a+3ab}{ab+3a}$

(5/3/0)

15. Para ihop följande grafer med beskrivningarna av förändringar

- a) Joakim sätter sig i en bil och åker med konstant hastighet mot Norrköping. Grafen beskriver sträckan som är beroende av tid.
- b) Joakim investerar i en väldigt bra aktie som växer med 15% varje år. Grafen beskriver värdet på aktien som är beroende av tiden.
- c) En atom kan ha en halveringstid. Det innebär att mängden halveras efter en viss tid och sedan halveras igen efter samma tidsspänn. Grafen beskriver mängden av ett ämne med en viss halveringstid.



- d) Ett litet hål uppstår i en tunna. Vatten rinner ut med konstant hastighet. Grafen beskriver mängden vatten i tunnan som är beroende av tiden

(2/2/0)

16. Bestäm avståndet mellan följande punkter

- a) $(1, 5)$ och $(4, -1)$
 b) $(-4, 5)$ och $(2, -8)$

(2/0/0)

17. Lös olikheterna algebraiskt

- a) $2x + 5 < 9$
 b) $6x + 7 > 7x + 10$
 c) $\frac{5x}{3} + 4 > x + 1$

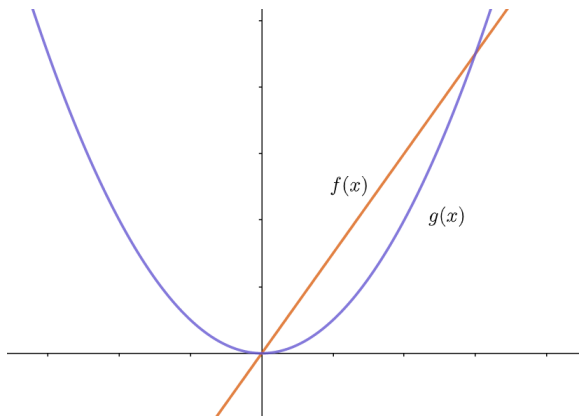
(4/1/0)

18. Skriv följande potensuttryck som en potens i en valfri bas.

- a) $9^4 \cdot 2^4$
 b) $2^2 \cdot 16 \cdot 2^6$
 c) $(2^2)^2 \cdot 36^2$
 d) $25^{2x} \cdot 16^x$
 e) $12^x \cdot 3^x$

(4/2/1)

19. Rita av funktionerna och markera området där $f(x) > g(x)$



(0/1/0)

20. Vi definierar två räta linjer som $2y + 6x - 15 = 15$ och $10x - ay + 35 = 0$

- För vilket värde på a blir linjerna parallella?
- För vilket värde på a blir linjerna vinkelräta?
- För vilket värde på a går den andra linjen igenom punkten $(5, 11)$

(2/3/0)

21. Bestäm funktionerna $f(x)$, $g(x)$ och $h(x)$ utifrån tabellerna

x	$f(x)$
1	12
2	16
3	20
4	24

x	$g(x)$
-2	6
0	2
1	3
2	6

x	$h(x)$
0	1
1	4
2	16
3	64

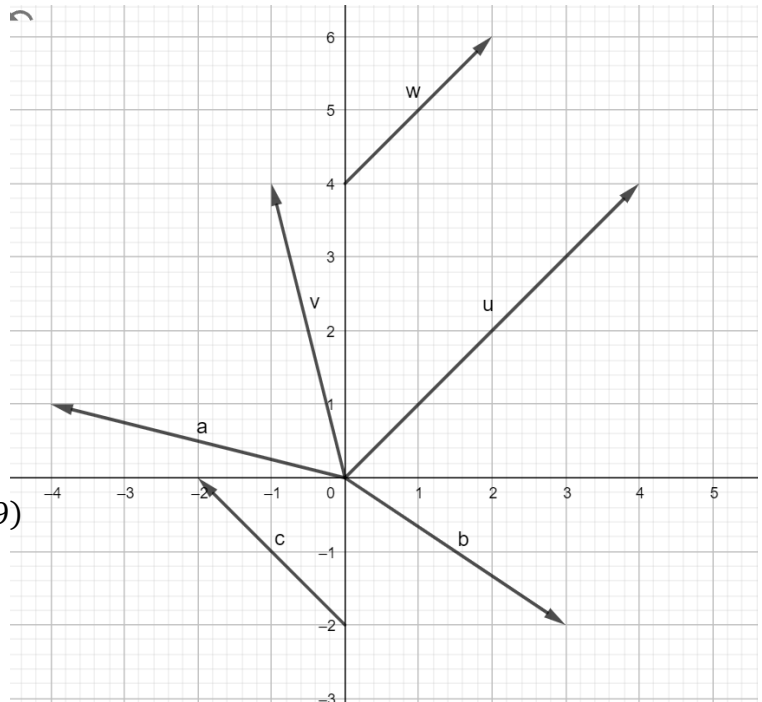
(2/4/0)

22. I staden Joakimköping flyttar 10% av befolkningen ut varje år. 2022 var befolkningen 100 000. Formulera en funktion som beskriver hur befolkningen förändras utifrån tiden t som är år och skissa grafen i ett koordinatsystem.

(1/1/0)

23. Till höger har du ett antal vektorer

- Bestäm samtliga vektorer i koordinatform
- Bestäm längden på vektorerna \vec{a} , \vec{b} och \vec{c}
- Bestäm $\vec{a} + \vec{w}$
- Bestäm x om $x(\vec{a} + \vec{c}) = (18, -9)$



(6/3/0)

24. Observera mönstret/förändringen

- Hur många blå plattor kommer det finnas på steg 5?
- Skriv ett generellt uttryck för de blå plattorna
- Vilket steg kommer ha 20 blå plattor?



(0/3/0)

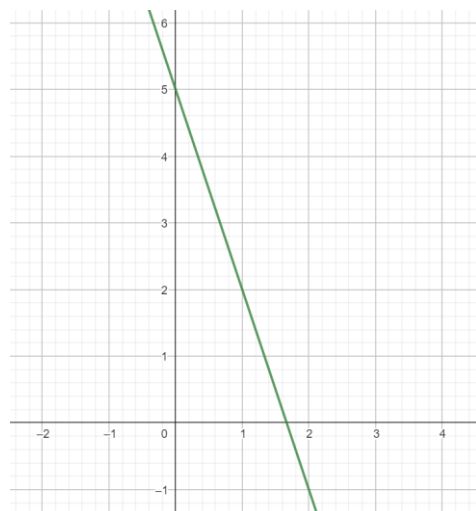
25. Potensfunktionen $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ är definierad. Bestäm avståndet mellan punkterna som ligger på grafen $(-4, y_1)$ och $(4, y_2)$

(0/3/0)

26.

- Bestäm den räta linjen i koordinatsystemet på allmän form $ay + bx + c = 0$
- Bestäm en linje som är vinkelrät med linjen i koordinatsystemet på allmän form.

(0/3/0)



27. Funktionen $f(x) = C \cdot 2^x$ har definitionsmängden $-1 < x < 3$. Bestäm värdemängden uttryckt i C

(0/0/1)

28. Rangordna följande tal i storleksordning med en motivering

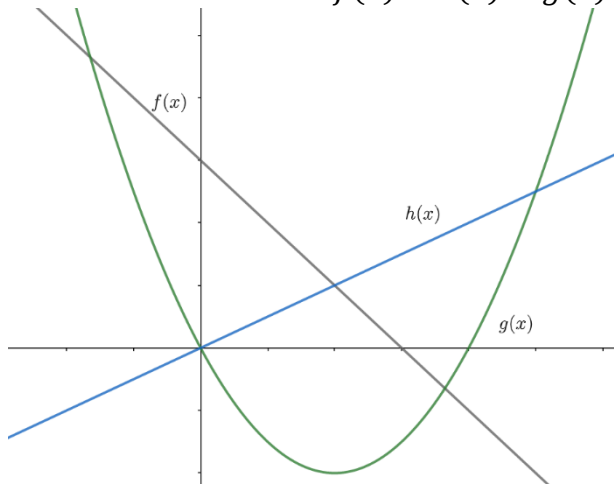
$$\sin 87^\circ, \cos 84^\circ, \tan 45^\circ, \sin 45^\circ, \sin 46^\circ$$

(0/1/1)

29. Vi definierar $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$ och $g(x) = x^8$. Lös ekvationen $f(g(x)) = 25$

(0/1/1)

30. Markera det området där $f(x) > h(x) > g(x)$



(0/0/1)

31. Joakim singlar slant. Det finns två möjliga utfall: antingen krona eller klave.

a) Vad är sannolikheten att Joakim får minst en krona om han singlar fem gånger?

b) Skriv ett uttryck för sannolikheten att få minst en krona om man singlar n gånger.

(0/1/1)

32. Visa att $(\sin v)^2 + (\cos v)^2 = 1$ för alla vinklar v i rätvinkliga trianglar.

(0/0/2)

33. Rangordna följande tal utifrån storleksordning med det minsta först om du vet att $10 > a > b > c > 1$

$$\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^{1000}, \left(\frac{c^5}{b^5}\right)^{500}, \left(\left(\frac{a}{c}\right)^4\right)^{500}, \left(\frac{c^{-2}}{a^{-2}}\right)^{2000}$$

(0/0/2)

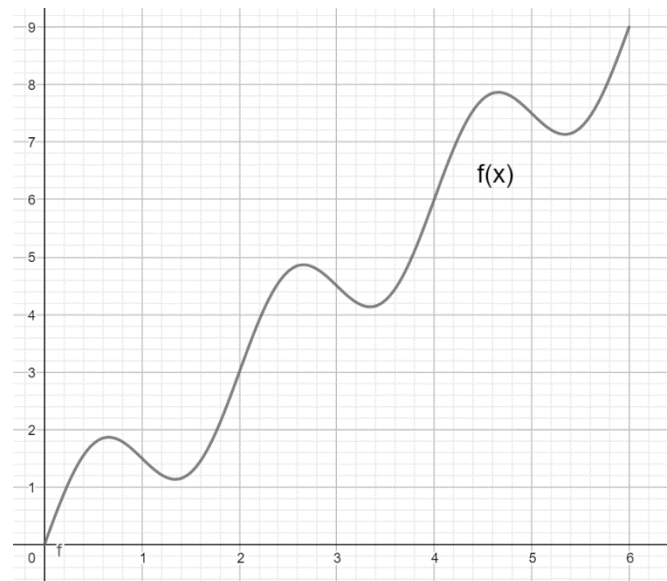
34.

Funktionen $f(x)$ är definierad för $0 \leq x \leq 6$.

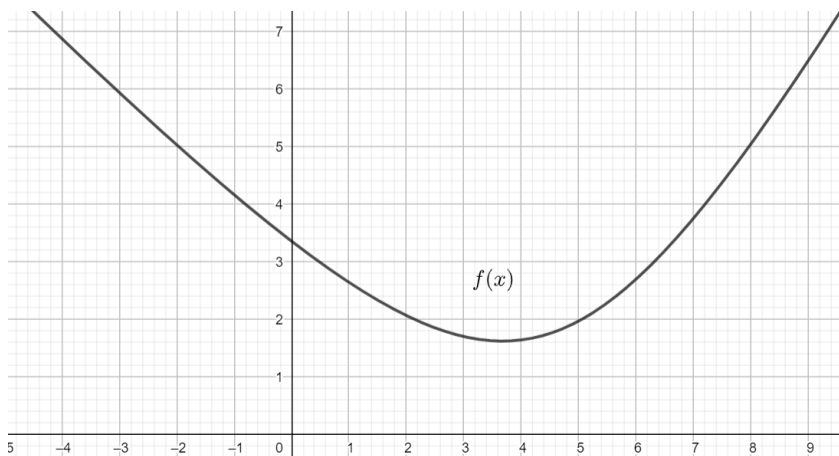
Du vet att $f(a + 3) = 6$ och att $f(a) + f(b) = \frac{9}{2}$

Beräkna summan $a + b$

(0/1/2)



35. Nedan ser du grafen till funktionen $f(x)$. Bestäm b om $f(b + 1) = 5$



(0/0/2)

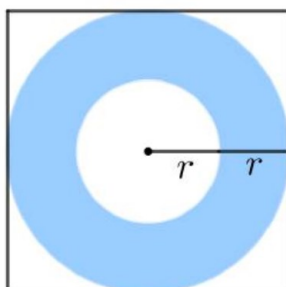
36. Funktionen $f(x) = x^2 + 1$ är given. Undersök om sambandet $f(a + 2) = f(a - 1)$ gäller för något a

(0/1/1)

37. Bestäm summan $a + b + c$ om $a = \frac{1}{2}$, $a \cdot b = \frac{1}{3}$ och $a \cdot b \cdot c = \frac{1}{4}$

(0/1/1)

38. Hur stor andel av kvadraten är blåmarkerad?



(0/0/2)

39.

a) Undersök för vilka räta linjer som följande samband gäller

$$f(a + b) = f(a) + f(b) \text{ för alla } a > 1 \text{ och } b > 1.$$

b) Undersök om sambandet gäller för någon potensfunktion på formen $f(x) = Cx^2$

(0/1/3)

40. Lös potensekvationen

$$2^{4x} \cdot 5^{4x} = 100^{36}$$

(0/1/1)

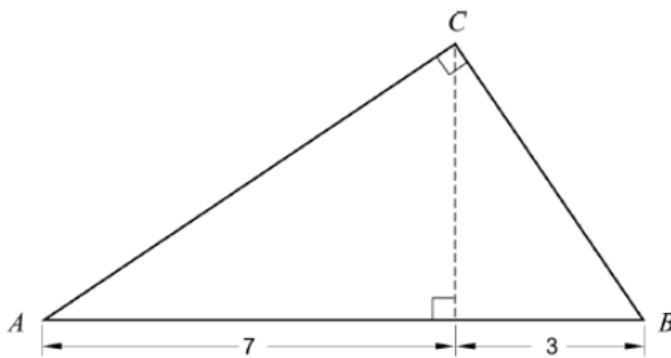
41. Inversen till en funktion $f(x)$ är sambandet där $f(g(x)) = x$ för någon $g(x)$, $g(x)$ är då inversen till funktionen $f(x)$ (**Notera begreppet invers till funktion är inget ni behöver kunna i den här kursen**)

a) Formulera en generell funktion som är inversen till alla räta linjer.

b) Formulera en generell funktion som är inversen till alla potensfunktioner på formen $f(x) = Cx^a$.

(0/1/4)

42. Bestäm arean av triangeln ABC. Svara exakt.



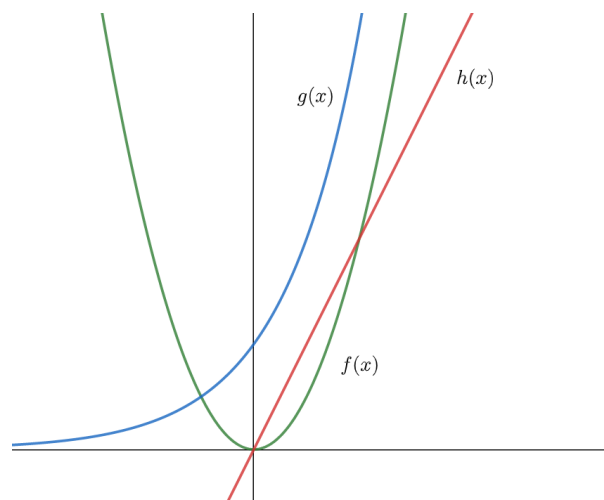
(0/0/2)

43. Bestäm om de sammansatta funktionerna resulterar i en exponentiell-, potens- eller linjär funktion med en motivering. *Endast svar ger inga poäng*

a) $h(f(x))$

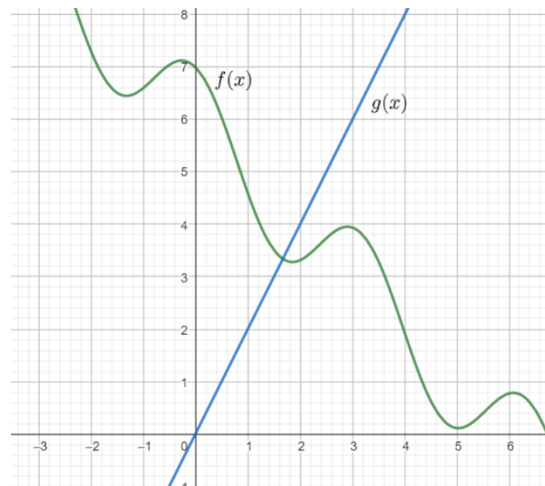
b) $f(g(x))$

c) $g(h(x))$



(0/0/3)

44. Använd graferna för att lösa ekvationen $f(g(x)) = 2$ med en motivering.



(0/0/2)

45. Joakim har 8 km mellan hemmet och skolan. Han befinner sig nu på en plats någonstans mellan hemmet och skolan. För att ta sig därifrån till skolan kan han antingen gå direkt till skolan eller gå hem, hämta sin cykel och cykla till skolan. Han cyklar sex gånger så snabbare än han går och oavsett vilket alternativ han väljer kommer han att komma fram till skolan vid precis samma tidpunkt. Hur långt från skolan befinner sig Joakim just nu?

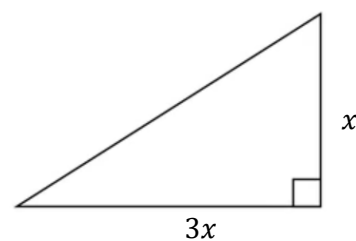
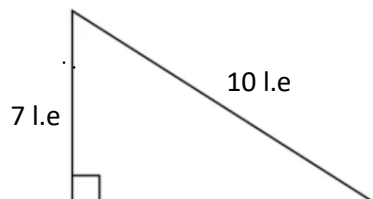
(0/1/2)

Del 2: med miniräknare och geogebra

46. Joakim spelar ett tärningsspel. Han slår två sexsidiga tärningar och hans mål är att summan av de båda kasten ska bli 9 eller mer. Han slår den första tärningen och får en femma. Vad är sannolikheten att han får summan 9 eller mer från de båda kasten?

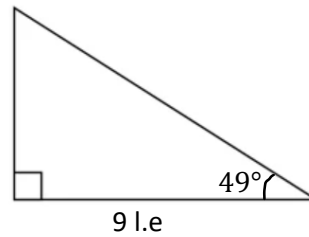
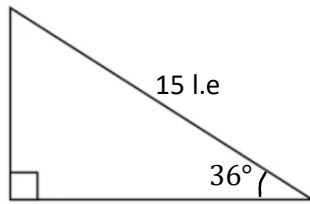
47.

a) Bestäm samtliga vinklar i trianglarna



(3/1/0)

b) Bestäm samtliga längder i trianglarna



(4/0/0)

48. Bestäm $f(100)$ och $g(4)$ för funktionerna $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x}}$ och $g(x) = 200000 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^x$

49. Lös ekvationerna

a) $x^8 = 1\ 000$

b) $\frac{x^3}{11} = \frac{10}{x^4}$

c) $\sin 30^\circ \cdot x + \cos 60^\circ \cdot x = 4$

d) $10 \cdot 1,5^{2x} = 100$

e) $\frac{\sqrt{x} \cdot x^4}{x^2} = 10$

(4/2/1)

50. I staden Joakimsfors gjorde man en undersökning på vilka partier invånarna med rösträtt rösta på. Man fick följande statistik

Politiska partier	Män	Kvinnor
Skolpartiet	15636	17653
Välfärdspartiet	34646	45623
Matematikpartiet	133578	187655
Jag vill bara sova-partiet	9654	9654

Bestäm följande

- Bestäm den relativa frekvensen att du väljer en slumpmässig person som är man och röstar på Matematikpartiet
- Bestäm den relativa frekvensen att du väljer en slumpmässig person som är kvinna som röstar på Skolpartiet
- Bestäm den relativa frekvensen att du väljer en slumpmässig person som röstar på Välfärdspartiet
- Bestäm den relativa frekvensen att du väljer en slumpmässig person som röstar på Matematikpartiet eller Jag vill bara sova-partiet.

(3/1/0)

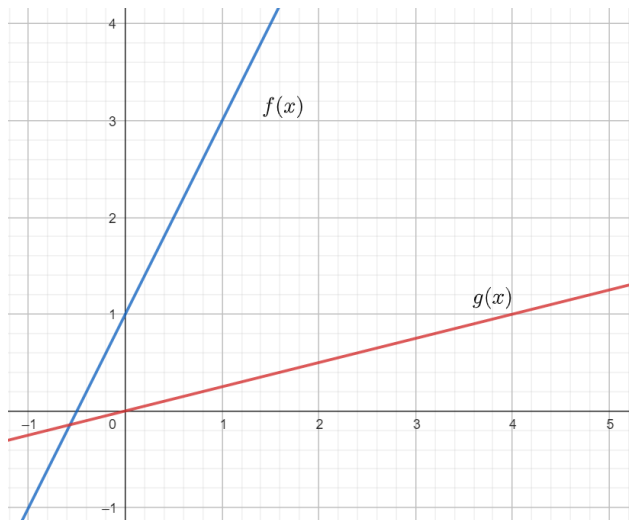
51. Joakim fick 2021 löneökning med 10%. Tyvärr gjorde inte Joakim särskilt bra ifrån sig på jobbet och fick således en lönesänkning med 10%. Joakim kompis Arvid säger då att det var tråkigt eftersom Joakim kom tillbaka till sin gamla lön innan löneökningen. Men Joakim menar att det inte är så. Vem har rätt? Motivera matematiskt.

(1/1/0)

52. Bestäm den spetsiga vinkeln mellan

a) $f(x)$ och y -axeln

b) $g(x)$ och x -axeln



53. $f(x) = 20x - 30$ är definierad. Lös ekvationen $f(a + 2) = 40$

(0/2/0)

54. Bestäm den räta linjen som skär den exponentiella funktionen $f(x) = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ i $x=1$ och $x=3$

(0/3/0)

55. Joakim och hans 2 bästa kompisar Hugo och Arvid har alla olika längd. Arvid är 20 cm längre än Joakim. Joakim 10 cm kortare än Hugo och om man summerar allas längd får man 555 cm. Hur lång är Joakim, Hugo och Arvid?

(0/3/0)

56. En potensfunktion på formen $f(x) = 4x^a$ går igenom punkten $(3, 324)$. Bestäm talet a .

(0/2/0)

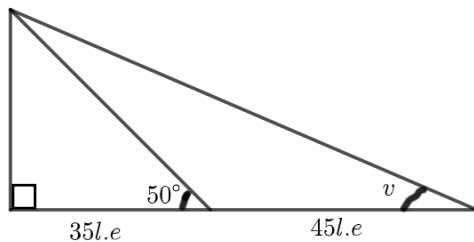
57. I ett land är det riksdagsval om några veckor. Man har gjort en valundersökning för att undersöka om partikonstellationen Parti A, Parti B och Parti C kan få majoritet i riksdagen. Undersökningen visar följande:

Partiet	Andel i procent	Konfidensintervall
Parti A	21,5%	$21,5\% \pm 1$ procentenhet
Parti B	18%	$18\% \pm 1$ procentenhet
Parti C	13,3%	$13,3\% \pm 1$ procentenhet

Undersök om det är statistiskt signifikant att partikonstellationen får majoritet enligt valundersökningen

(0/2/0)

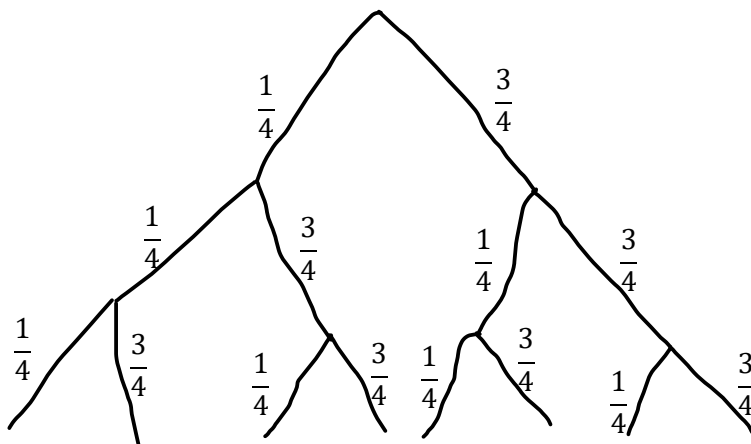
58. Bestäm vinkeln v



(1/2/0)

59. Joakim utmanar sin kompis på fotbollsstraffar. Sannolikheten att Joakim sätter en straff är 25%. De ska slå 3 straffar var. Joakims alla utfall beskrivs av träd-diagrammet nedan.

- Vad är sannolikheten att Joakim missar alla sina straffar?
- Vad är sannolikheten att Joakim sätter alla sina straffar?
- Joakim påstår att det är lika stor sannolikhet att han missar två och sen sätter en som att han sätter en och sedan missar två. Undersök och motivera om han har rätt.
- Hur många utfall ger att Joakim har missat två straffar och satt en?
- Joakims kompis fick börja och satte 1 straff. Vad är sannolikheten att Joakim sätter fler straffar?



(3/2/0)

60.

- En exponentiell funktion $f(x)$ går igenom punkterna $(0, 4)$ och $(4, 100)$. Bestäm ekvationen för $f(x)$ samt skissa funktionen

- b) En annan exponentiell funktion $g(x)$ går igenom punkterna $(0, 100)$ och $(4, 4)$. Bestäm ekvationen för $g(x)$ samt skissa funktionen

(0/4/0)

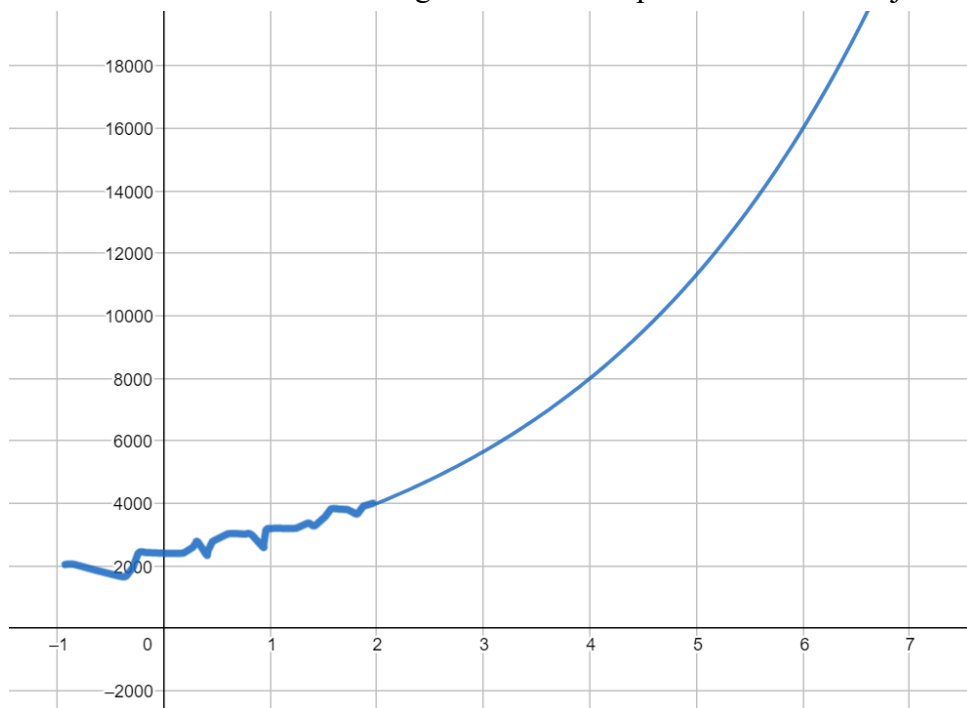
61. Värdet på en t-shirt minskar under 6 år med 5% varje år. Sedan ökar värdet under 3 år med 10% eftersom en känd tiktok-profil använde den under alla sina videos under dessa 3. Hur mycket hade värdet på t-shirten ökat eller minskat efter dessa 9 år?

(0/2/0)

62. I ett land har 80% av befolkningen rätt att rösta. I ett riksdagsval röstar 75% av de som har rätt att rösta. Partiet Joakimspartiet får 135 000 röster som motsvarar 8% av alla röster i riksdagsvalet. Hur många människor bor det i landet som har riksdagsval? (Alla som röstar har bara en röst)

(0/2/1)

63. Du är en matematiker som är med i ett forskarteam som ska undersöka hur bakterien Joakimilus bakterius förändras när den exponeras för direkt solljus. Allt i experimentet gick bra förutom att de två första dygnens data inte kunde tolkas. Du som matematiker säger att det inte spelar någon roll. Eftersom du vet att förändringen går att beskriva ändå utifrån den kända datan då den är exponentiell. Utgå från grafen nedan och konstruera en funktion som beskriver förändring av bakterien Joakimilus bakterius och bestäm hur många bakterier som planterades från början.



(0/0/2)

64. Vad är sannolikheten att du får minst två sexor om du slår en sexsidig tärning sex gånger?

(0/1/2)

65.

- a) En exponentiell funktion $f(x)$ har definitionsmängden $0 < x < 3$ och värdemängden $10 \leq y \leq 100$. Bestäm $f(x)$
- b) En annan exponentiell funktion $g(x)$ har definitionsmängden $-2 < x < 3$ och värdemängden $10 \leq y \leq 100$. Bestäm $g(x)$

(0/1/2)

66. Undersök om vinkeln mellan sträckorna

- S_1 : (a, a) till $((10 + a), (a + 4))$
- S_2 : (a, a) till $((a + 2), (a - 5))$

Är vinkelrät.

För fullständig poäng ska du undersöka detta generellt.

(0/1/2)

67. Joakim ska spela på lotto. På lotteriet är sannolikheten att man vinner minst en vinst på 3 lotter 51,2%. Vad är sannolikheten att vinna på en lott?

(0/0/2)

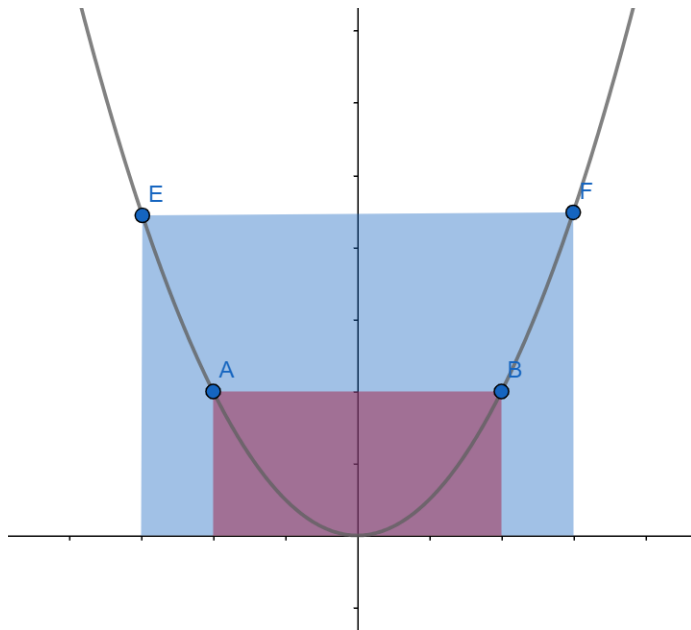
68. Kol-14-metoden är ett sätt att datera hur gammalt något tidigare levande ting är. Alla levande varelser har kol i sig och efter att man dör tillförs ingen ny kol och kolatomerna börjar därför försvinna från den tidigare levande varelsen eller organismen. Det tar kolatomerna 5730 år att halveras och därefter halveras de igen efter ytterligare 5730 år. Man brukar räkna med att man kan få en felmarginal på ± 50 år när man räknar med kol-14-metoden.

1936 hittade man ett lik i Halland som man numera kallar Bockstensmannen. Med hjälp av kol-14-metoden kunde man konstatera att 92% av kolatomerna återstod från när Bockstensmannen dog. Din uppgift nu är att bestämma mellan vilka år Bockstensmannen skulle kunna tänkas ha dött.



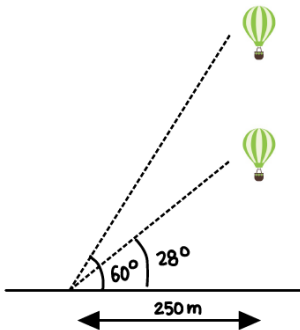
(0/0/3)

69. Nedan ser du funktionen $f(x) = \frac{1}{2}x^2$. Med hjälp av grafen kan man skapa rektanglar som har olika areor beroende på vilket x man sätter in i funktionen. För vilket x -värde blir rektangelns area 81 areaenheter



(0/0/2)

70. En varmluftsballong stiger vertikalt uppåt. Vid klockan 14:30 ses den under vinkeln 28 grader mot markplanet och vid 14.32 har vinkeln ökat till 60 grader. Det är 250 meter mellan dig och ballongens startpunkt på marken. Anta att ballongen stiger med konstant hastighet. Bestäm hastigheten.



(0/0/2)