

# Slutövningsprov - Matematik 1C

$$1. a) \frac{4}{5} - \frac{3}{2} = \frac{8}{10} - \frac{15}{10} = \frac{8-15}{10} = \frac{-7}{10}$$

$$b) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{6+4-3}{12} = \frac{7}{12}$$

$$c) \sqrt{36} + \sqrt{16+9} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$$

$$= 6 + \sqrt{25} + \sqrt{2 \cdot 8} = 6 + 5 + \sqrt{16}$$

$$= 6 + 5 + 4 = 15$$

$$d) \frac{4+4+4+4}{2^3} = \frac{16}{8} = 2$$

$$e) 2^{-2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2^{-1}} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{2}{1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + 2$$

$$= \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{24}{12} = \frac{31}{12}$$

$$2. a) 2(3+x) - 3(x+1) =$$

$$= 6 + 2x - 3x - 3 = -x + 3$$

$$b) (2x+3)(5+x) = 10x + 2x^2 + 15 + 3x$$

$$= 2x^2 + 13x + 15$$

$$c) (x+4)^2 - (8x+16) =$$

$$d) a^2 \cdot a^{-2} \cdot b^0 + a^0 = a^2 \cdot \frac{1}{a^2} \cdot \frac{b^0}{1} + \frac{a^0}{1}$$

$$= 1 + 1 = 2$$

$$= (x+4)(x+4) - 8x - 16$$

$$= x^2 + 4x + 4x + 16 - 8x - 16$$

$$= x^2$$

$$e) \frac{x^2 y^3 z^6}{x z^4 y^4} = x^{2-1} y^{3-4} z^{6-4} = x \cdot y^{-1} \cdot z^2 = \frac{x \cdot z^2}{y}$$

$$3. a) 2x^2 - 4 = 2(x^2 - 2)$$

$$b) x^2 - x = x(x-1)$$

$$c) 4x^3 - 16x^2 = 4x^2(x-4)$$

$$d) x y^2 z^3 + x^2 y^2 z^2 + x^3 y^2 z =$$

$$x y^2 z (z^2 + x z + x^2)$$

$$4. a) 2(x+4) = -4(x+1)$$

$$2x+8 = -4x-4$$

$$6x = -12$$

$$x = -2$$

$$b) x^2 + 6x = 81 + 6x$$

$$x^2 = 81$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{81}$$

$$x = \pm 9$$

Glöm inte!!!

$$c) \frac{x}{4} = \frac{4}{x} \text{ korsmulti}$$

$$x^2 = 16$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$$

$$x = \pm 4$$

Glöm inte!

$$d) \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{5} \text{ korsmulti}$$

$$5(x+1) = 4(x-1)$$

$$5x+5 = 4x-4$$

$$x = -9$$

$$e) (x+1)(x-4) = x^2 + 2x$$

$$x^2 - 4x + x - 4 = x^2 + 2x$$

$$x^2 - 3x - 4 = x^2 + 2x$$

$$-4 = 5x$$

$$x = \frac{-4}{5}$$

$$f) \frac{x^{100}}{x^{102} + x^{100}} = \frac{10}{100} \text{ faktorisera!}$$

$$\frac{x^{100}}{x^{100}(x^2+1)} = \frac{10}{100} = \frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{10} \text{ kors-}$$

$$x^2+1 = 10$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11 - 5}{4 - 2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y = 3x + m \text{ sätt in punkter}$$

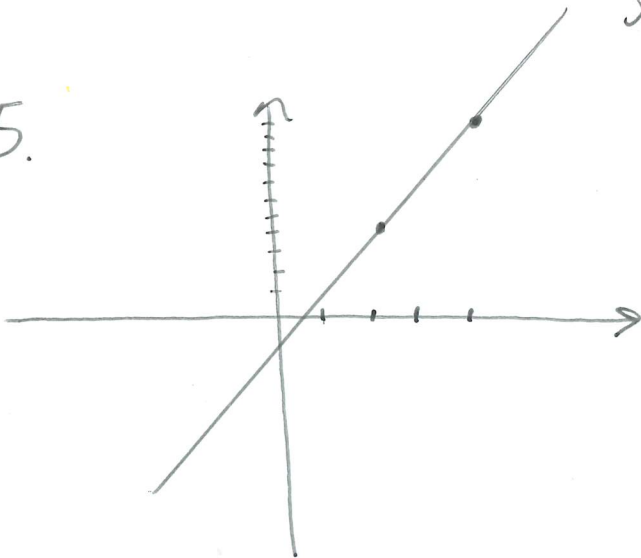
$$\text{då } y = 5 \text{ för } x = 2$$

$$5 = 3 \cdot 2 + m$$

$$m = -1$$

$$y = 3x - 1$$

5.



6. a)  $15400000 = 1,54 \cdot 10^7$  b)  $200000000 = 1,2 \cdot 10^8$

c)  $0,000000043 = 4,3 \cdot 10^{-8}$  d)  $0,00000873 = 8,73 \cdot 10^{-6}$

7. a)  $2y + x = 4$  b)  $4x + 10 - 4y = 0$  c)  $x^2 + y^2 = 1$

$2y = 4 - x$

$y = \frac{4-x}{2}$

$4y = 4x + 10$

$y = \frac{4x+10}{4}$

$y^2 = 1 - x^2$

$y = \sqrt{1-x^2}$

8. a) 10000 meter  
= 10 kilometer

b)  $143 \cdot 10^6$  gram  
143 megagram

d)  $0,0000032$  meter  
 $= 3,2 \cdot 10^{-6} = 3,2$  mikrometer

c)  $7400000000000 =$   
 $= 7,4 \cdot 10^{11} = 740$  gigabyte  
eller  $0,74$  terabyte

e)  $0,00000000000234$  gram  
 $= 2,34 \cdot 10^{-11}$  gram = 23,4 Pikogram

9. a)  $f(2) = 9$  b)  $h(-2) = 4$  c)  $g(2) = 5$  d)  $f(1) + h(-1) = 3 + 2 = 5$

e)  $h(x) = 6$  f)  $g(x) = 1,5$  g)  $f(b+1) = 9$  h) def. mängd  $f(x)$   
 $x = -3$   $x = 1$   $f(2) = 9$   $-2 \leq x \leq 2$

i) Def. mängd  $g(x)$

$0 \leq x \leq 2,5$

$b+1 = 2$   
 $b = 1$

j) v. mängd  $g(x)$

$0 \leq y \leq 6,5$

10. a) konfidensintervall:  $2,6\% \pm 0,5$  procentenheter  
lögsta värde:  $2,1\%$   
högsta värde:  $3,1\%$

Svar: eftersom det finns värden inom konfidensintervallet  
som ligger under  $30\%$  är det inte statistiskt säkerställt  
att Japans import inte kommer in.

10 b) Konfidensintervall  $3,4\% \pm 0,5$  procentenheter

Minsta värde:  $2,9\%$

Högsta värde:  $3,9\%$

Svar: Det är inte säkert att portföljen kommer in och ökningsen är inte heller säkert

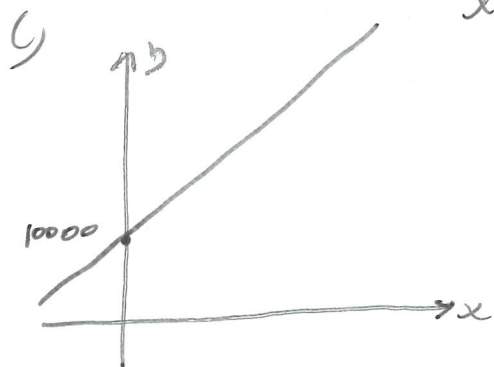
11. g)  $L(x) = 200x + 10000$  där  $L(x)$  är totala lönen och  $x$  är antalet sålda mobilabonnemang

b)  $L(x) = 22000$

$$22000 = 200x + 10000$$

$$12000 = 200x$$

$$x = \frac{12000}{200} = 60 \text{ svar: } 60 \text{ st}$$



12. A - positiv korrelation

D - negativ korrelation

B - Ingen korrelation

C - Svag negativ korrelation

13. a)  $\frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$  b)  $\frac{55}{100} = 55\%$  c)  $\frac{75}{100} = 75\%$

d)  $\frac{25}{100} \cdot \frac{24}{99} = 0,0606 \approx 6\%$  e)  $\frac{10}{100} \cdot \frac{9}{99} = 0,0090 \approx 0,9\%$

f) Antingen tor du svart-röd eller röd-svart

$$\frac{25}{100} \cdot \frac{10}{99} + \frac{10}{100} \cdot \frac{25}{99} = 0,0505 \approx 5\%$$

svart-röd      röd-svart

g) Komplementshändelse:

$$1 - P(\text{ingen vit})$$

$$1 - \left( \frac{70}{100} \cdot \frac{69}{99} \right) = 0,512 \approx 51\%$$

14. a)  $a^2 - 2a = a(a - 2)$

b)  $ab^2 - a^2b = ab(b - a)$

c)  $4xy + 2x^2y^2 - 6x^3y^3 = 2xy(2 + xy - 3x^2y^2)$

$$14. d) \frac{x^2 - x}{5x} = \frac{x(x-1)}{5x} = \frac{x-1}{5} \quad e) \frac{x+4x^2}{1+4x} = \frac{x(1+4x)}{1+4x} = x$$

$$f) \frac{ba^2 + 3ab}{ab + 3a} = \frac{ab(b+3)}{a(b+3)} = b$$

$$15. a) S(x) \quad b) g(x) \quad c) h(x) \quad d) f(x)$$

$$16. a) d = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} \quad \begin{matrix} (1, 5) & (4, -1) \\ x_2, y_2 & x_1, y_1 \end{matrix}$$

$$d = \sqrt{(5 - (-1))^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{6^2 + (-3)^2} = \sqrt{45} \quad \text{l.c.} \leftarrow \text{Stamma dör!}$$

$$b) \begin{matrix} (-4, 5) & (2, -8) \\ x_1, y_1 & x_2, y_2 \end{matrix} \quad d = \sqrt{(-8 - 5)^2 + (2 - (-4))^2} = \sqrt{(-13)^2 + 6^2} = \sqrt{205}$$

$$17. a) 2x + 5 < 9 \quad b) 6x + 7 > 7x + 10 \quad c) \frac{5x}{3} + 4 > x + 1$$

$$2x < 4 \\ x < 2$$

$$-3 > x$$

$$\frac{5x}{3} - x > -3$$

$$\frac{5x - 3x}{3} > -3$$

$$\frac{2x}{3} > -3$$

$$2x > -9$$

$$x > -\frac{9}{2}$$

$$18. a) 9^4 \cdot 2^4 = (9 \cdot 2)^4 = 18^4 \quad b) 2^2 \cdot 16^2 \cdot 2^6 = 2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^6 = 2^{2+4+6} = 2^{12}$$

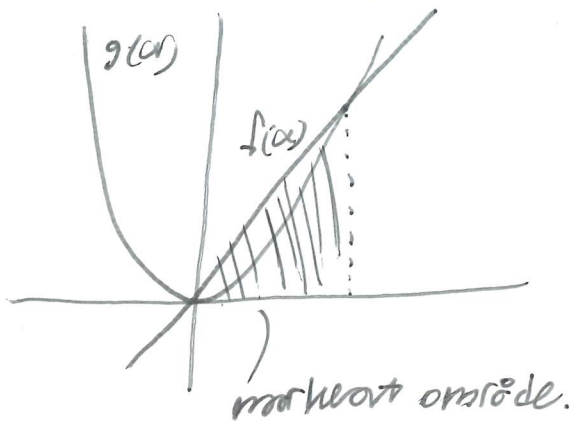
$$c) (2^2)^2 \cdot 36^2 = 4^2 \cdot 36^2 = (4 \cdot 36)^2 = 144^2 = (12^2)^2 = 12^4$$

oh! oh!

$$d) 25^{2x} \cdot 16^x = 25^{2x} \cdot (4^2)^x = 25^{2x} \cdot 4^{2x} = (25 \cdot 4)^{2x} = 100^{2x}$$

$$e) 12^x \cdot 3^x = (12 \cdot 3)^x = 36^x$$

19.



a) Parallela samma  $k$ -värde!

$$-3 = \frac{10}{a}$$

$a = -\frac{10}{3}$  för parallella linjer

b) Vinkelräta  $k_1 \cdot k_2 = -1$

$$-3 \cdot \frac{10}{a} = -1$$

$$\frac{-30}{a} = -1$$

$a = 30$  för vinkelräta linjer

21. a) rät linje:  $f(x) = 4x + 8$

b)  $g(x) = x^2 + 2$

c)  $h(x) = 4^x$

23. Sätt alla vektorerna i origo!

a)  $\vec{v} = (-1, 4)$   $\vec{a} = (-4, 1)$   $\vec{u} = (4, 4)$

$\vec{b} = (3, -2)$   $\vec{c} = (-2, 2)$   $\vec{w} = (2, 2)$

20.  $2y + 6x - 15 = 15$  ①

$10x - ay + 35 = 0$  ②

SKRIV PÅ  $k$ -form!

①  $2y + 6x - 15 = 15$   
 $2y = -6x + 30$   
 $y = -3x + 15$

②  $10x - ay + 35 = 0$   
 $ay = 10x + 35$   
 $y = \frac{10x}{a} + \frac{35}{a}$

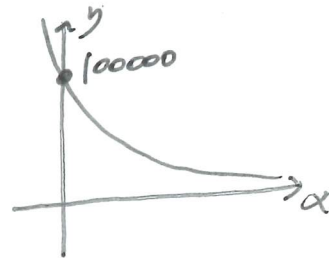
c) Sätt in punkterna i  
 ekvationen

$y = 11$   $x = 5$

$11 = \frac{10 \cdot 5}{a} + \frac{35}{a} = \frac{50}{a} + \frac{35}{a} = \frac{85}{a}$

$a = \frac{85}{11}$

22.  $f(t) = 100000 \cdot 0.9^t$



b)  $|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$

$|\vec{b}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

$|\vec{c}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$

23. c)  $\vec{a} + \vec{w} = (-4+2, 1+2) = (-2, 3)$

d)  $x(\vec{a} + \vec{c}) = (18, -9)$

$\vec{a} + \vec{c} = (-4-2, 1+2) = (-6, 3)$       $x \cdot (-6, 3) = (18, -9)$   
 $(x \cdot -6, x \cdot 3) = (18, -9)$   
 $x = -3$

24. 9 Blå människor:  $8 + 2(n-1) = 6 + 2n$

c)  $6 + 2n = 20$

steg 5:  $6 + 2 \cdot 5 = 16$

$2n = 14$

$n = 7$

b) Antal blå =  $8 + 2(n-1)$  eller  $6 + 2n$

25.  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  hitta y-värden:  $f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4)^2 = \frac{16}{2} = 8$

$f(4) = \frac{1}{2} \cdot 4^2 = \frac{16}{2} = 8$

Avståndet är 8 i.e eftersom  
 avståndet enbart är i x-led

Räkna ut  $d = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$

$d = \sqrt{(8-8)^2 + (-4-4)^2} = \sqrt{64} = 8$  i.e

26. a) k-form för

linjen:  $y = -3x + 5$

Allmän form:  $y + 3x - 5 = 0$

b) Vinkelrät med  $y = -3x + 5$

$k_1 \cdot k_2 = -1$

$-3 \cdot k_2 = -1$

$k_2 = \frac{1}{3}$

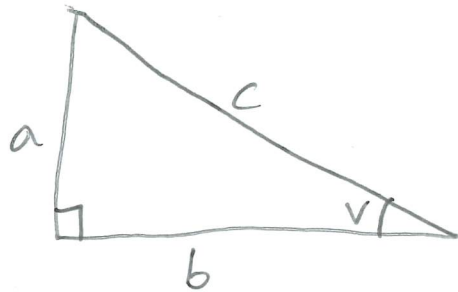
$y = \frac{1}{3}x + 1$

exempel kan vara andra m-värden

Allmän form:  $y - \frac{1}{3}x - 1 = 0$

27.  $f(x) = c \cdot 2^x$  def. mängd  $-1 < x < 3$  sökt in y-koordinaterna  
 i funktionen  $f(-1) = c \cdot 2^{-1} = \frac{c}{2}$   $f(3) = c \cdot 2^3 = 8c$  värdemängd:  $\frac{c}{2} < y < 8c$

28.



$$\tan v = \frac{a}{b} \quad \sin v = \frac{a}{c} \quad \cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$\sin 87^\circ$  ganska nära 1 men inte exakt  
 $\cos 84^\circ$  b väldigt litet  
 c väldigt stort  $\frac{b}{c} =$  litet tal

$\sin 45^\circ < \sin 46^\circ$  eftersom a växer  
 från  $45^\circ$  till  $46^\circ$

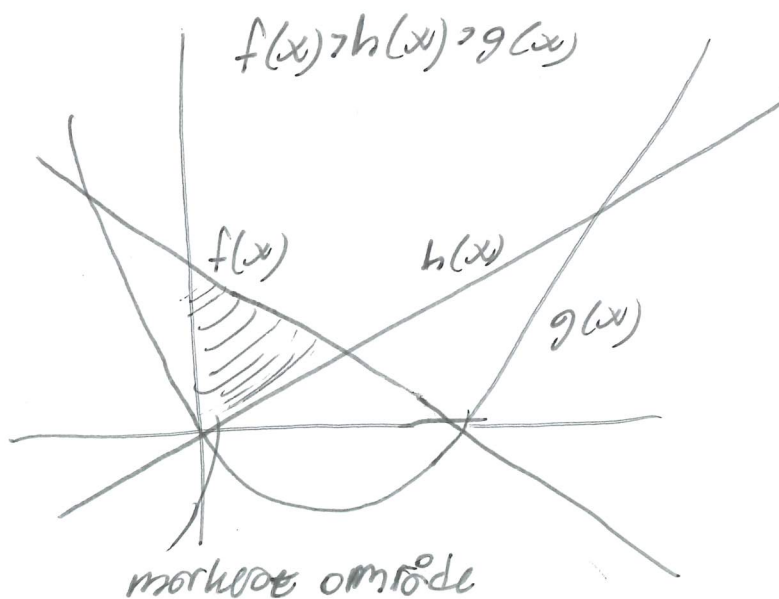
Svari  $\tan 45^\circ > \sin 87^\circ > \sin 46^\circ > \sin 45^\circ > \cos 84^\circ$

$$29. \quad f(x) = x^{\frac{1}{4}} \quad g(x) = x^8 \quad f(g(x)) = 25$$

$$f(g(x)) = (x^8)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{8}{4}} = x^2 \quad x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

30.



31. a) Minst 5 kronor komplementshändelse:  $1 - (\text{ingen krona})$

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$$

$$b) 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$



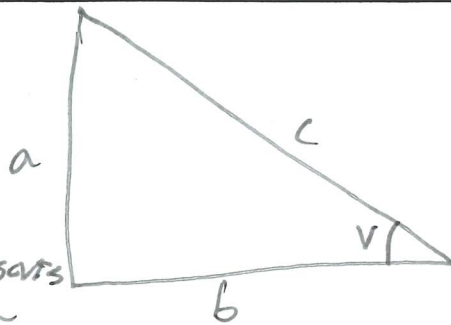
$$32. (\sin V)^2 + (\cos V)^2 = 1$$

$$\sin V = \frac{a}{c} \quad \cos V = \frac{b}{c}$$

Pythagoras sats

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2}$$

$$= \frac{c^2}{c^2} = 1 \quad \square$$



$$33. a > b > c > 1$$

$$\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^{1000} = \left(\left(\frac{a}{b}\right)^2\right)^{1000} = \left(\frac{a}{b}\right)^{2000} \quad a > b \quad \frac{a}{b} > 1$$

$$\left(\frac{c^5}{b^5}\right)^{500} = \left(\left(\frac{c}{b}\right)^5\right)^{500} = \left(\frac{c}{b}\right)^{2500} \quad b > c \quad \frac{c}{b} < 1 \text{ jämförelset alltid}$$

$$\left(\left(\frac{a}{c}\right)^4\right)^{500} = \left(\frac{a}{c}\right)^{2000} \quad a > c \text{ och } b > c \quad \frac{a}{b} > \frac{a}{c}$$

$$\left(\frac{c^{-2}}{a^{-2}}\right)^{2000} = \left(\frac{\frac{1}{c^2}}{\frac{1}{a^2}}\right)^{2000} = \left(\frac{a^2}{c^2}\right)^{2000} = \left(\frac{a}{c}\right)^{4000} \quad a > c$$

Storleksordning:  $\left(\frac{c^5}{b^5}\right)^{500}, \left(\frac{a^2}{b^2}\right)^{1000}, \left(\left(\frac{a}{c}\right)^4\right)^{500}, \left(\frac{c^{-2}}{a^{-2}}\right)^{2000}$

$$34. f(a+3) = 6 \quad f(a) + f(b) = \frac{9}{2}$$

$$f(4) = 6$$

$$f(1) = \frac{3}{2} \quad f(b) = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$a+3=4$$

$$a=1$$

$$f(b) = 3$$

$$b=2 \quad a+b = 1+2 = 3$$

35.  $f(-2) = 5$  och  $f(8) = 5$

$$b+1 = -2$$

$$b = -3$$

$$b+1 = 8$$

$$b = 7$$

$$b_1 = -3$$

$$b_2 = 7$$

36.  $f(x) = x^2 + 1$   $f(a+2) = f(a-1)$

$$(a+2)^2 + 1 = (a-1)^2 + 1$$

$$(a+2)(a+2) = (a-1)(a-1)$$

$$a^2 + 2a + 2a + 4 = a^2 - a - a + 1$$

$$4a + 4 = -2a + 1$$

$$6a = -3$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

Svar:  $a = -\frac{1}{2}$  gäller som bordet.

37.  $a = \frac{1}{2}$   $a \cdot b = \frac{1}{3}$   $a \cdot b \cdot c = \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{2} \cdot b = \frac{1}{3} \quad b = \frac{2}{3}$$

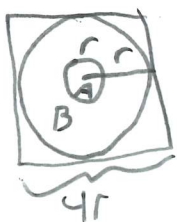
$$a \cdot b \cdot c = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} \cdot c = \frac{1}{4}$$

$$c = \frac{3}{4}$$

$$a + b + c = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{23}{12}$$

38.



Area kvadrat  $4r \cdot 4r = 16r^2$

Cirkel A  $= \pi \cdot r^2$

Figur B  $= \pi \cdot (2r)^2 - \pi \cdot r^2 = 4\pi r^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2$

$$\frac{\text{Delens}}{\text{Hela}} = \frac{3\pi r^2}{16r^2} = \frac{3\pi}{16} \quad \text{Svar: } \frac{3\pi}{16}$$

39. a) Alla rötta linjer  $f(x) = kx + m$

$$f(a+b) = k(a+b) + m$$

$$f(a) + f(b) = ka + m + kb + m = ka + kb + 2m$$

$$f(a+b) = f(a) + f(b) = ka + kb + m = ka + kb + 2m$$

Detta samband gäller enbart då  $m = 0$  dvs. för den rötta linjen har strukturen  $f(x) = kx$ .

$$b) f(x) = c \cdot x^2 \quad f(a+b) = c(a+b)^2 = c(a+b)(a+b) = c(a^2 + ab + ab + b^2)$$

$$= c(a^2 + 2cab + b^2) \quad f(a) + f(b) = c \cdot a^2 + c b^2$$

$$f(a+b) = f(a) + f(b) \Rightarrow c a^2 + 2cab + c b^2 = c a^2 + c b^2$$

Ser inte bra ut! Ingen potensfunktion har ett sådant samband

$$40. 2^{4x} \cdot 5^{4x} = 100^{36}$$

$$(2 \cdot 5)^{4x} = 100^{36}$$

$$10^{4x} = 100^{36}$$

$$(10^2)^{2x} = 100^{36}$$

$$100^{2x} = 100^{36}$$

$$2x = 36$$

$$x = 18$$

$$41. a) f(g(x)) = x$$

$$f(x) = kx + m \quad f(g(x)) = k g(x) + m = x$$

$$k \cdot g(x) + m = x$$

$$k \cdot g(x) = x - m$$

$$g(x) = \frac{x - m}{k}$$

41 b)  $f(x) = c \cdot x^a$      $f(g(x)) = x$

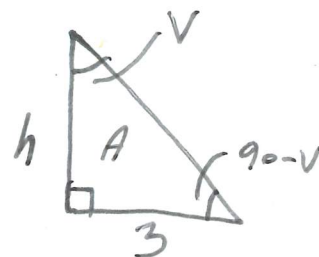
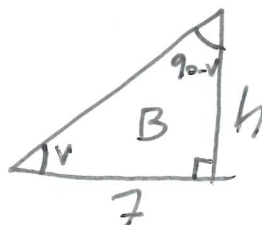
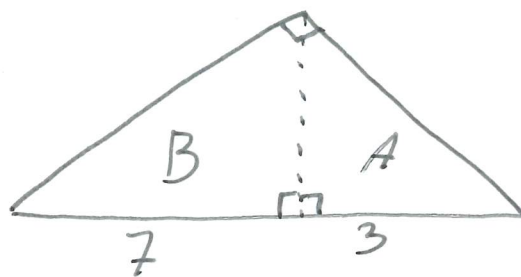
$f(g(x)) = c \cdot (g(x))^a = x$

$(g(x))^a = \frac{x}{c}$

$(g(x))^{a \cdot \frac{1}{a}} = \left(\frac{x}{c}\right)^{\frac{1}{a}}$

$g(x) = \left(\frac{x}{c}\right)^{\frac{1}{a}}$

42.



$\tan v = \frac{h}{7}$

$\tan v = \frac{3}{h}$

$\frac{h}{7} = \frac{3}{h}$

$h^2 = 21$

$h = \sqrt{21}$

Area:  $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot \sqrt{21}}{2}$

$= 5\sqrt{21}$

43

$f(x) = c_1 \cdot x^2$      $c_1 > 0$

$g(x) = c_2 \cdot a^x$      $c_2 > 0$      $a > 1$

$h(x) = kx$      $k > 0$

a)  $h(f(x)) = k \cdot c_1 \cdot x^2$  Det resultat er i en potensfunktion.

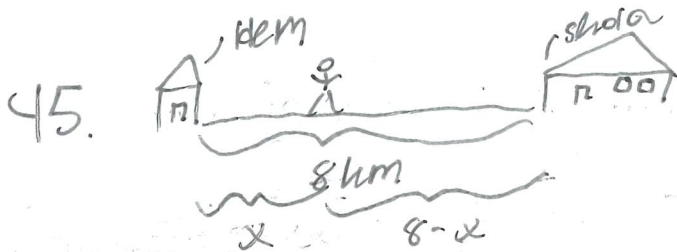
b)  $f(g(x)) = c_1 \cdot (c_2 a^x)^2 = c_1 \cdot c_2^2 \cdot a^{2x}$  Det resultat er i en eksponentiel funktion

c)  $g(h(x)) = c_2 \cdot a^{kx}$  Det resultat er i en eksponentiel funktion

44.  $f(g(x)) = 2$

undersök  $f(a) = 2$   $a = 4$   $f(4) = 2$

$g(x) = 4$   $x = 2$  Svar:  $x = 2$



\* gå till skolan:  $8-x = v \cdot t$

$t = \frac{8-x}{v}$

\* gå hem sen tillbaka till skolan

i tid  $t = \frac{x}{v} + \frac{8}{6v}$

gå hem (tid)      tillbaka till skolan (6 gånger snabbare)

Samma tid:  $\frac{8-x}{v} = \frac{x}{v} + \frac{8}{6v}$  förläng

till gemensam nämnare

$\frac{6(8-x)}{6v} = \frac{6x}{6v} + \frac{8}{6v}$

$48 - 6x = 6x + 8$

$40 = 12x$

$x = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}$

sträcker till skolan:

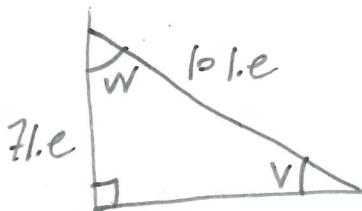
$8-x = 8 - \frac{10}{3} = \frac{24}{3} - \frac{10}{3} = \frac{14}{3}$

Svar:  $14/3$  km från skolan

46. 5 på första om vi vill ha 9 eller mer

vi kan få 4,5 eller 6 alltså  $\frac{3}{6} = 50\%$

47 a)

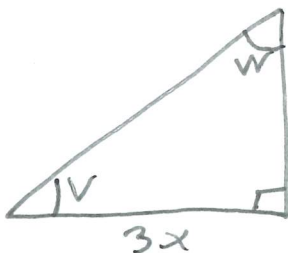


$\sin V = \frac{7}{10}$

$V = \sin^{-1}\left(\frac{7}{10}\right) = 44,42^\circ$

$\cos W = \frac{7}{10}$

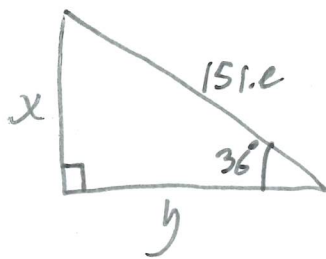
$W = \cos^{-1}\left(\frac{7}{10}\right) = 45,57^\circ$



$\tan V = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$   $V = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 18,43^\circ$

$\tan W = \frac{3x}{x} = \frac{3}{1}$   $W = \tan^{-1}\left(\frac{3}{1}\right) = 71,565^\circ$

47 b)

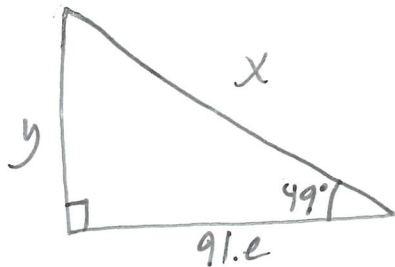


$$\sin 36^\circ = \frac{x}{15}$$

$$x = 15 \cdot \sin 36^\circ = 8,81 \text{ l.e.}$$

$$\cos 36^\circ = \frac{y}{15}$$

$$y = 15 \cdot \cos 36^\circ = 12,14 \text{ l.e.}$$



$$\tan 49^\circ = \frac{y}{9}$$

$$y = \tan 49^\circ \cdot 9 = 10,35 \text{ l.e.}$$

$$\cos 49^\circ = \frac{9}{x}$$

$$x = \frac{9}{\cos 49^\circ} = 13,72 \text{ l.e.}$$

48.  $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x}}$      $g(x) = 200000 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^x$

$f(100) = \frac{5}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$      $g(4) = 200000 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^4 = 20$

49. a)  $x^8 = 1000$

$$(x^8)^{\frac{1}{8}} = 1000^{\frac{1}{8}}$$

$$x \approx \pm 2,37$$

b)  $\frac{x^3}{11} \cdot \frac{10}{x^4}$

$$x^3 \cdot x^4 = 110$$

$$x^7 = 110$$

$$(x^7)^{\frac{1}{7}} = 110^{\frac{1}{7}}$$

$$x \approx 1,96$$

c)  $\sin 30^\circ x + \cos 60^\circ x = 4$

$$x(\sin 30^\circ + \cos 60^\circ) = 4$$

$$x = \frac{4}{\sin 30^\circ + \cos 60^\circ} = 4$$

$$x = 4$$

d) Anwendung Geometrie  $10 \cdot 1,5^{2x} = 100$      $x \approx 2,839$

e)  $\frac{\sqrt{x} \cdot x^4}{x^{\frac{7}{2}}} = 10$

$$\frac{x^{\frac{9}{2}}}{x^{\frac{7}{2}}} = 10$$

$$x = 10$$

$$\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^4}{x^{\frac{7}{2}}} = 10$$

$$x^{\frac{9}{2} - \frac{7}{2}} = 10$$

$$x^{\frac{2}{2}} = 10$$

50. Relativ frekvens:  $\frac{\text{Uppmätt antal}}{\text{Alla tillfrögade}}$

Alla tillfrögade: Addera alla: 454099 st

a) Man och matematikpartiet  $\frac{133578}{454099} = 0,294 \approx 29\%$

b) Vinnna och Skolpartiet:  $\frac{17653}{454099} = 0,0388 \approx 4\%$

c) Vårfräidspartiet:  $34646 + 45623 = 80269$

$$\frac{80269}{454099} = 0,176 \approx 18\%$$

d) Eller inom sannolikhet adderar vi!

matematikpartiet:  $133578 + 187655 = 321233$

Jag vill bara vara partiet:  $9654 + 9654 = 19308$

$$\frac{321233}{454099} + \frac{19308}{454099} = 0,7499 \approx 75\%$$

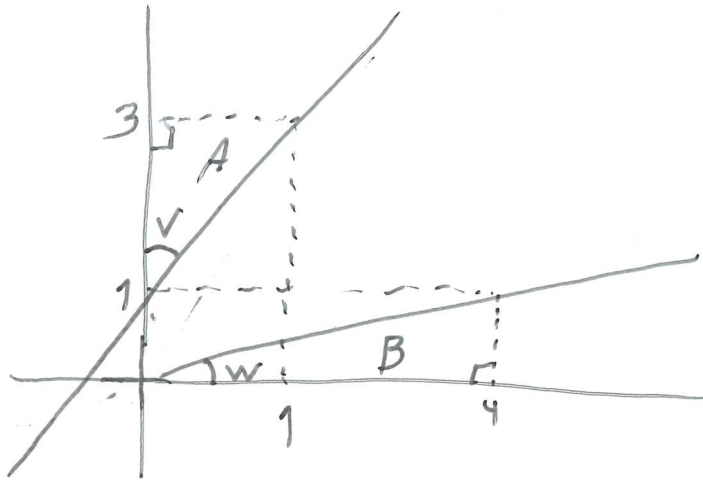
51.  $x = \text{lön innan löneökning}$

$1,1 \cdot x = \text{lön efter löneökning}$

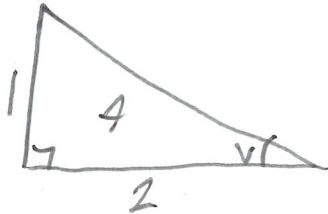
$0,9 \cdot 1,1x = \text{lön efter lönesänkning}$

$0,99x$  har hon efter ökningen och sedan sänkningen

52.



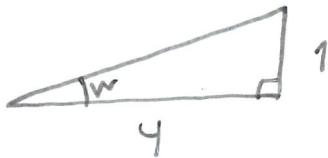
Triangel A:



$$\tan v = \frac{1}{2}$$

$$v = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 26,57^\circ$$

Triangel B:



$$\tan w = \frac{1}{4}$$

$$w = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 14,04^\circ$$

53.  $f(x) = 20x - 30$      $f(a+2) = 40$

$$20(a+2) - 30 = 40$$

$$20a + 40 - 30 = 40$$

$$20a = 30$$

$$a = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$$

54.  $f(x) = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Hitta punkterna där funktionerna  
skär varandra

$$f(1) = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 8$$

$$f(3) = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2$$

röta linjen går igenom

(1, 8) och (3, 2)

$y = kx + m$  sök  $k$ :  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$k = \frac{8 - 2}{1 - 3} = \frac{6}{-2} = -3$$

Sätt in en punkt för att få  $m$

$$8 = -3 \cdot 1 + m \quad m = 11$$

$$y = -3x + 11$$



55.  $x = \text{Joakims längd}$

$x + 20 = \text{Arvids längd}$

$x + 10 = \text{Hugos längd}$

Summan längderna:  $x + x + 10 + x + 20 = 3x + 30 = 555$

$3x = 525$

$x = 175$

Joakims längd: 175 cm

Arvids längd: 195 cm

Hugos längd: 185 cm

56.  $f(x) = 4x^a$

$f(3) = 324$

$4 \cdot 3^a = 324$

$3^a = 81$

Titta på geometri eller tänk ut att  $x = 4$

57. Titta på den rödaste procenten i konfidensintervallet

rödaste för A 20,5%

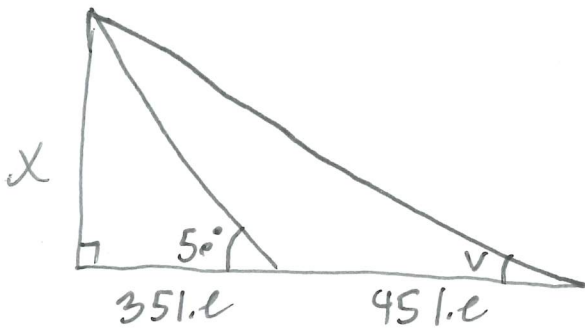
rödaste för B 17%

rödaste för C 12,3%

Addera dessa!  $20,5\% + 17\% + 12,3\% = 49,8\%$

Slutsats: Det är inte statistiskt signifikant att de  
för majoritet

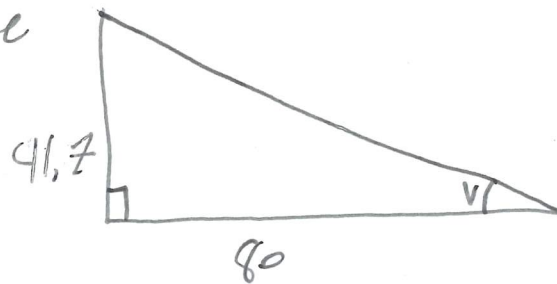
58.



$$\tan 5^\circ = \frac{x}{35}$$

Titta på stora rätvinkliga triangeln

$$x = \tan 5^\circ \cdot 35 = 41,7 \text{ l.e.}$$



$$v = \tan^{-1}\left(\frac{41,7}{80}\right) = 27,5^\circ$$

Svori:  $27,5^\circ$

59. a) Missar alla:  $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = 0,42 = 42\%$

b) Sätter alla:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = 0,016 = 1,6\%$

c) Miss-miss-träff:  $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}$

Träff-miss-miss:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$  Samma sannolikhet!

d) 3 st

e) Möjliga fall: Man sätter alla eller sätter 2 st

Addeera samtliga fall! Sätter alla:  $\left(\frac{1}{4}\right)^3$

sätter 2 straffar:  $3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}$   
(3 fall)!

Sannolikhet:  $\left(\frac{1}{4}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = 0,156 = 16\%$

$$60. f(x) = C \cdot a^x$$

$$f(0) = 4$$

$$C \cdot a^0 = 4$$

a)

$$C = 4$$

$$f(4) = 100$$

$$4 \cdot a^4 = 100$$

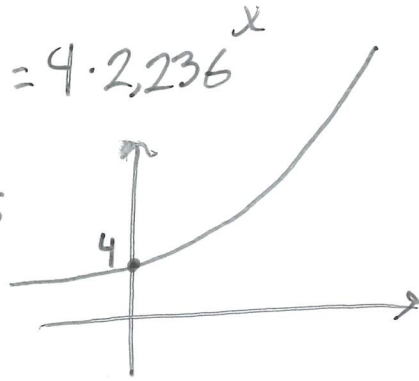
$$a^4 = 25$$

$$(a^4)^{\frac{1}{4}} = 25^{\frac{1}{4}}$$

$$a = 2.236$$

$$f(x) = 4 \cdot 2.236^x$$

Skiss



$$b) g(x) = C \cdot a^x$$

$$g(0) = 100$$

$$C \cdot a^0 = 100$$

$$C = 100$$

$$g(4) = 4$$

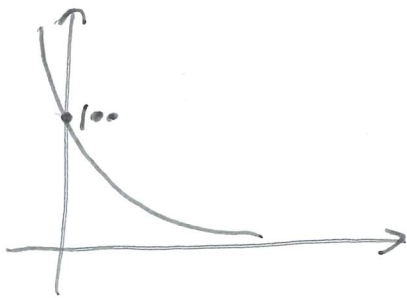
$$100 \cdot a^4 = 4$$

$$a^4 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$$

$$(a^4)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$a = 0.447 \quad g(x) = 100 \cdot 0.447^x$$

Skiss



61.  $x$  = pris på t-shirt från början

förändringsfaktor

sex år

$$\text{Efter 6 år: } x \cdot 0.95^6$$

$$\text{Efter 9 år: } x \cdot 0.95^6 \cdot 1.1^3 = 0.976x$$

tröjan hade minskat med

$$\approx 2\%$$

62.  $x$  = Befolkningen i landet

$$\text{Rösterna: } 0,8x$$

$$\text{Antal som röstar: } 0,8 \cdot 0,75 \cdot x$$

$$\text{Jookimportiet: } 0,8 \cdot 0,75 \cdot 0,08 \cdot x = 135000$$

$$x = \frac{135000}{0,8 \cdot 0,75 \cdot 0,08} = 2812500$$

Svar: 2812500 personer

63. Titta på grafen och bestäm 2 exakta punkter.

$$f(x) = c \cdot a^x \quad f(2) = 4000 \quad f(4) = 8000$$

$$f(2) = c \cdot a^2 = 4000$$

$$c = \frac{4000}{a^2} \quad \text{sätt in i den andra ekvationen!}$$

$$f(4) = c \cdot a^4 = 8000$$

$$\frac{4000}{a^2} \cdot a^4 = 8000$$

$$\frac{4000 \cdot a^4}{a^2} = 8000$$

$$4000a^2 = 8000$$

$$a^2 = 2$$

$$a = \sqrt{2} \quad \text{vi är intresserade av positivt värde}$$

sätt in en punkt

$$f(x) = c \cdot \sqrt{2}^x$$

$$f(2) = c \cdot \sqrt{2}^2 = 4000$$

$$2c = 4000$$

$$c = 2000$$

Svar: Man planerade 2000 bakterier

64. Komplementshändelse:  $1 - P(\text{ingen eller 1 sexa})$

Undersök sannolikheten att  $f$ : noll och 1 sexa

$$P(\text{ingen sexa}) = \left(\frac{5}{6}\right)^6$$

$$P(1 \text{ sexa}) = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot 6$$

(sexan) (ingen sexa)

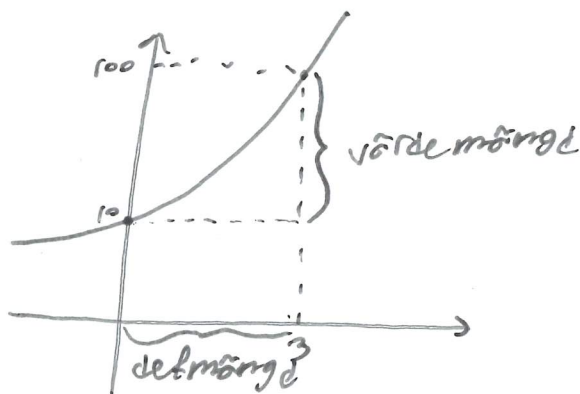
eftersom du kan ha det på 6 olika sätt, första, eller andra eller tredje osv.

$$P(\text{ingen eller 1 sexa}) = \left(\frac{5}{6}\right)^6 + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot 6 = 0,736$$

$$P(\text{minst 2 sexor}) = 1 - 0,736 = 0,2632 \quad \text{Svar: ungefär } 26,3\%$$

65. a)

2 fall.



$$f(x) = C \cdot a^x$$

$$f(0) = 10 = C \cdot a^0 = C \quad C = 10$$

$$f(3) = 100$$

$$10 \cdot a^3 = 100$$

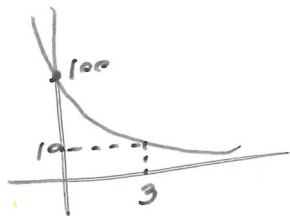
$$a^3 = \frac{100}{10}$$

$$(a^3)^{\frac{1}{3}} = 10^{\frac{1}{3}}$$

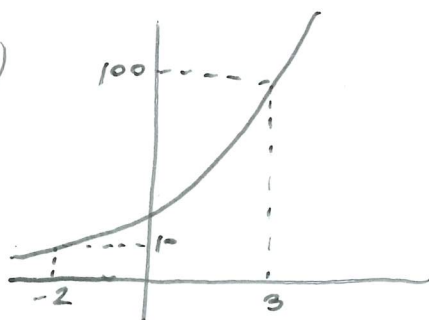
$$a = 2,1544$$

$$f(x) = 10 \cdot 2,1544^x$$

Hadde fungerat att göra samma sak på följande



b)



$$g(x) = C \cdot a^x$$

$$g(-2) = 10 \quad g(3) = 100$$

$$C \cdot a^{-2} = 10$$

$$C \cdot a^3 = 100$$

$$C \cdot \frac{1}{a^2} = 10$$

$$10 \cdot a^2 \cdot a^3 = 100$$

$$C = 10 \cdot a^2$$

$$a^5 = 10$$

$$a = 10^{\frac{1}{5}} = 1,584$$

Sätt in C i den andra ekvationen

$$\text{Sön } C \quad g(3) = 100$$

$$C \cdot 1,584^3 = 100$$

$$C = \frac{100}{1,584^3}$$

$$g(x) = \frac{100}{1,584^3} \cdot 1,584^x$$

$$66. \text{ Vinkelrätthet: } k_1 \cdot k_2 = -1$$

Hitta  $k$ -värdet för respektive sträcka

$$S_1 (a, a) \text{ till } ((10+a), (a+4)) \quad k_1 = \frac{a+4-a}{10+a-a} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$x_1 \quad y_1 \qquad \qquad \qquad x_2 \quad y_2$

$$S_2 (a, a) \text{ till } ((a+2), (a-5)) \quad k_2 = \frac{a-5-a}{a+2-a} = \frac{-5}{2}$$

$x_1 \quad y_1 \qquad \qquad \qquad x_2 \quad y_2$

$$k_1 \cdot k_2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{-5}{2} = -1 \quad \text{de är vinkelräta!}$$

$$67. \text{ Komplementshändelse: } P(\text{minst 1 vinst}) = 1 - P(\text{ingen vinst})$$

$$x = \text{ingen vinst} \quad 1 - x^3 = 0,512 \quad = 51,2\%$$

$$x^3 = 0,488$$

$$(x^3)^{\frac{1}{3}} = 0,488^{\frac{1}{3}} \quad x = 0,787$$

$$\text{Vinst: } 1 - 0,787 = 0,2127$$

Över 21% chans att vinna på en lott!

68. Halvering var 5730 år osv. ger en exponentiell förändring

$$f(x) = C \cdot a^x$$

$$f(5730) = 0,5C$$

$$C \cdot a^{5730} = 0,5C$$

$$a^{5730} = 0,5$$

$$a = 0,5^{\frac{1}{5730}}$$

$$f(x) = C \cdot \left(0,5^{\frac{1}{5730}}\right)^x = C \cdot 0,5^{\frac{x}{5730}}$$

$$f(x) = 0,92C$$

$$C \cdot 0,5^{\frac{x}{5730}} = 0,92C$$

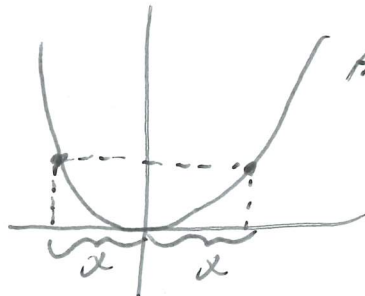
$$0,5^{\frac{x}{5730}} = 0,92 \quad \text{lös med algebra!} \quad x = 689$$

Det hade alltså gått ungefär 689 år vid år 1936

$$1936 - 689 = 1247. \quad \text{felmarginall: } \pm 50 \text{ år}$$

Svar: Antagligen någonstans mellan 1197 och 1297

69.



Area:  $b \cdot h$  basen kommer alltid vara

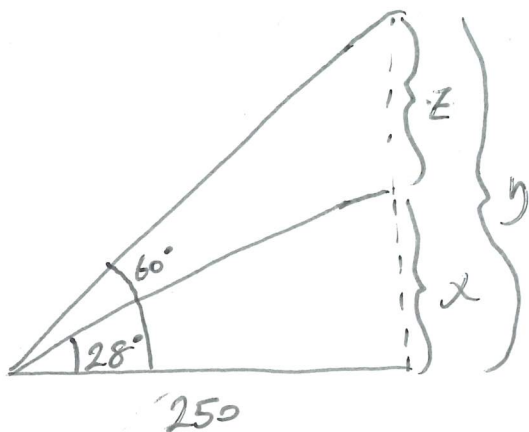
$2x$  höjden kommer vara  $f(x) = y = \frac{1}{2}x^2$

$$\text{Area: } \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot 2x = x^3$$

$$x^3 = 81$$

$$(x^3)^{\frac{1}{3}} = 81^{\frac{1}{3}} \quad x = 4,326$$

70.



$$\tan 28^\circ = \frac{x}{250}$$

$$x = \tan 28^\circ \cdot 250$$

$$= 132,92 \text{ m}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{y}{250}$$

$$y = \tan 60^\circ \cdot 250$$

$$= 433 \text{ m}$$

$z = y - x = 433 - 133 = 300 \text{ m}$  På två minuter har  
ballongen förflyttat sig 300 m höjdhöjden är således

$$\frac{300}{2} = 150 \text{ meter/minut}$$