

# Övningsprov 2 - Grundläggande uppgifter

1. a)  $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$       b)  $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

c)  $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$       d)  $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

e)  $(x-6)^2 = x^2 - 12x + 36$       f)  $(x+4)(x-4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$

2. a)  $x^2 = 100$       b)  $x^2 - 25 = 0$       c)  $x^2 - 3x = 0$   
 $\sqrt{x^2} = \sqrt{100}$        $x^2 = 25$        $x(x-3) = 0$        $x_1 = 0$   
 $x = \pm 10$        $x = \pm 5$        $x-3 = 0$        $x_2 = 3$

d)  $x^2 = -9x$

$$x^2 + 9x = 0$$

$$x(x+9) = 0 \quad x_1 = 0$$

$$x+9 = 0 \quad x_2 = -9$$

e)  $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$x = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8}$$

$$= 1 \pm \sqrt{1+8}$$

$$= 1 \pm \sqrt{9}$$

f)  $x^2 + 6x + 5 = 0$

$$x = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= -3 \pm \sqrt{9-5}$$

$$= -3 \pm \sqrt{4}$$

$$= -3 \pm 2 \quad x_1 = -1$$

$$x_2 = -5$$

g)  $2x^2 - 12x + 10 = 0$  Dela med 2

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = \frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= 3 \pm \sqrt{9-5}$$

$$= 3 \pm \sqrt{4}$$

$$= 3 \pm 2 \quad x_1 = 5$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -2$$

h)  $x^2 - 3x + 9 = 3x$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x = \frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 9}$$

$$= 3 \pm \sqrt{9-9}$$

$$= 3 \pm 0 \quad x_1 = 3$$

Bara ett svar!

3. a)

Symmetrilinje:  $x = -3$

Nollställen:  $x_1 = -1, x_2 = -5$

Extremvärde:  $y = 4$

b) Symmetrilinje:  $x = 3$

Nollställen:  $x_1 = 1, x_2 = 5$

Extremvärde:  $y = 9$

c) Symmetrilinje:  $x = 2$

Nollställen:  $x_1 = -1, x_2 = 5$

Extremvärde:  $y = 9$

$$4. \text{ a) } f(x) = x^2 + 3x + 1 \quad f(3) = 3^2 + 3 \cdot 3 + 1 = 19$$

$$\text{b) } f(-1) = (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 1 = -1 \quad \hookrightarrow \quad f(5) = 5^2 + 3 \cdot 5 + 1 = 41$$

$$\text{c) } f(-2) = (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 1 = -1$$

$$5. \quad f(x) = x^2 - 4x$$

$$\text{a) } f(x) = 5 \quad x^2 - 4x = 5 \\ x^2 - 4x - 5 = 0 \\ x = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5} \\ = 2 \pm \sqrt{9} \\ = 2 \pm 3 \quad x_1 = 5 \\ x_2 = -1$$

$$\text{b) } f(x) = 21$$

$$x^2 - 4x = 21 \\ x^2 - 4x - 21 = 0 \\ x = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 21} \\ = 2 \pm \sqrt{25}$$

$$= 2 \pm 5 \quad x_1 = 7, x_2 = -3$$

6. 1-B

2-C

3-A

$$\text{7. a) } a = 8 \quad \hookrightarrow \quad a = 12 \\ \text{b) } a = 9 \quad \text{d) } a = 30$$

$$8. \text{ a) } f(x) = x^2 - 8x - 9$$

$$x = \frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 + 9}$$

\ ger symmetrillinen

$$f(x) = 0 \quad x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$\text{symmetrillinen } x = 4$$

$$= 4 \pm \sqrt{25}$$

$$= 4 \pm 5 \quad x_1 = 9, x_2 = -1$$

noristöötien

Extremvärde ges an

$$f(\text{symmetrilline}) = f(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 - 9$$

$$= -25$$

$$\text{b) } f(x) = 2x^2 + 8x - 10 \quad f(x) = 0 \quad 2x^2 + 8x - 10 = 0$$

$$2x^2 + 8x - 10 = 0 \quad x = \frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 + 5}$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0 \quad \text{symmetrilline}$$

$$= -2 \pm \sqrt{9}$$

$$x = -2 \pm 3 \quad x_1 = 1 \quad x_2 = -5$$

$$\text{Extremvärde: } f(-2) =$$

$$= 2 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) - 10 = -18$$

9. a minskar från g → f.

10.  $f(x) = x^2 - 6x$  Symmetrilinjen ligger mellan nollställena

$$f(x) = 0 \quad x^2 - 6x = 0$$

$$x(x-6) = 0 \quad x_1 = 0 \\ x_2 = 6$$

Symmetrilinjen ligger mellan o och  
alltså  $x=3$

□

11. a) Minimipunkt  $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$

$3 > 0$  alltså minimipunkt

b) Maximipunkt

c) Minimipunkt

12. a)  $\approx 3$  meter

13. Joakim gör inget teckenbytke när han löser med pq-formeln.  
Han ska istället göra

b)  $\approx 25$  meter

$$14. f(x) \text{ sänker nollställen } x = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8}$$

Eftersom funktionen

$$= 1 \pm \sqrt{1+8}$$

är oddig ger ett  $y=0$

$$= 1 \pm 3 \quad x_1 = 4, x_2 = -2$$

$g(x)$  har ett nollställe

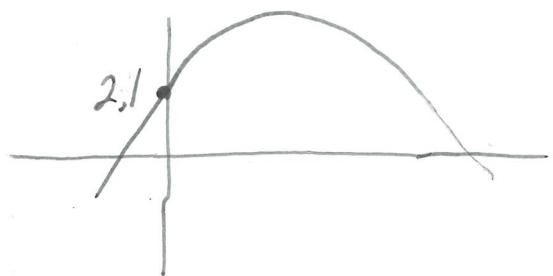
$h(x)$  har två nollställen

$$15. a) 2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + a} \quad \text{Ska ge } x_1 = -1 \quad x_2 = 5$$

$$2 \pm \sqrt{4+a} \quad \sqrt{4+a} = 3 \quad a = 5$$

$$b) x^2 - 4x - 5 = 0$$

16.



a)  $f(0) = -0.1 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 2.1 = 2.1$   
 Bollen lämnar Joakims hand vid 2.1 meter

b) Sätt  $f(x) = 0$  och lös ekvationen

$$-0.1x^2 + 2x + 2.1 = 0 \quad \text{Dela med } -0.1$$

$$x^2 - 20x - 21 = 0$$

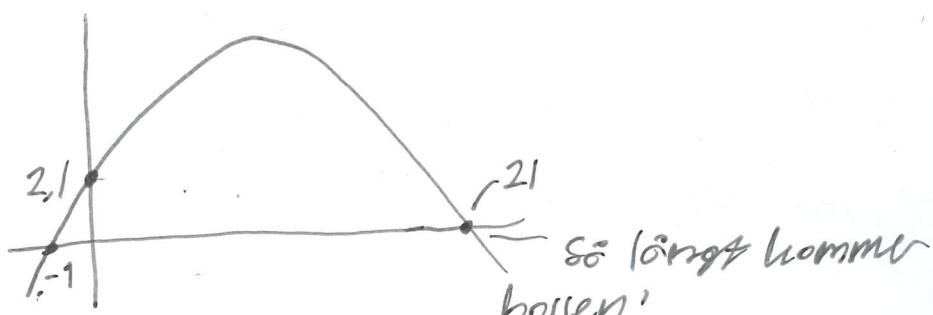
$$x = \frac{20}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{20}{2}\right)^2 + 21}$$

$$= 10 \pm \sqrt{100+21}$$

$$= 10 \pm \sqrt{121}$$

$$= 10 \pm 11 \quad x_1 = 21$$

$$x_2 = -1$$



så långt kommer bollen!

Svar: 21 meter

17. a)  $x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$  b)  $4x^2 - 9 = (2x-3)(2x+3)$

c)  $9x^2 + 6x + 1 = (3x+1)^2$  d)  $2x^2 + 6x + 9$  gör inte att faktorisera

e)  $9x^2 + 16$  gör inte att faktorisera f)  $16x^2 - 16x + 4 = (4x-2)^2$

18. Area rektangel: basen · höjden:  $x \cdot (6-x) = A(x)$

$$6x - x^2 = A(x)$$

Söknollslinjen:  $6x - x^2 = 0$

$$x(6-x) \quad x_1 = 0$$

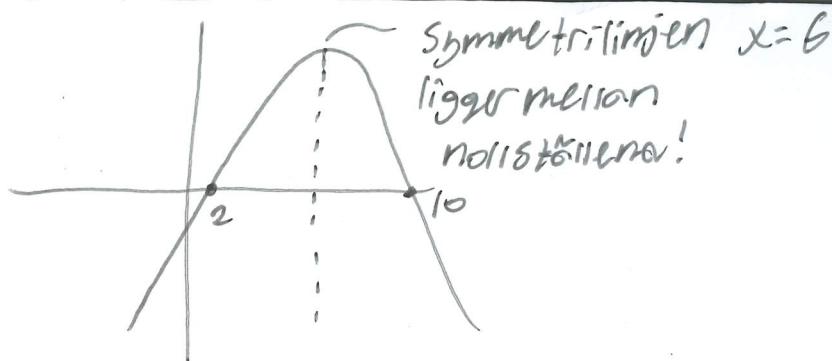
$$x_2 = 6$$

Symmetrilinjen ger största värde!

$$x = 3 \quad \text{sätt in 3 i } A(x)$$

$$A(3) = 6 \cdot 3 - 3^2 = 9 \quad \text{Svar: 9 a.e}$$

19. 09



b) (6, 20)

20.  $h(x) = f(x) + g(x)$        $f(x) = x^2 - 10x - 2$

a)  $g(x) = x^2 - 2x - 8$

$$h(x) = x^2 - 10x - 2 + x^2 - 2x - 8 = 2x^2 - 12x - 10$$

Sätt  $h(x) = 0$        $2x^2 - 12x - 10 = 0$  Dela med 2

$$x^2 - 6x - 5 = 0$$

$$x = \left(\frac{6}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 + 5}$$

↳ Symmetrilinjen  $x = 3$

b) Sätt in Symmetrilinjen i  $h(x)$   $h(3) = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 - 10 = -28$   
för att få extremvärde

Svar:  $(3, -28)$