

Lösningssförslag övningsprov 2

$$1. a) x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

$$b) x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$x = \frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 21}$$

$$= -2 \pm \sqrt{4 + 21}$$

$$= -2 \pm 5$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -7$$

$$c) x^2 - 5x = 0$$

$$x(x-5) = 0 \quad x_1 = 0$$

$$x-5 = 0$$

$$x_2 = 5, \quad x_1 = 0, x_2 = 5$$

$$d) 2x^2 - 4x - 16 = 0$$

Delar med 2 $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$x = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8}$$

$$= 1 \pm \sqrt{1+8}$$

$$= 1 \pm 3 \quad x_1 = 4, x_2 = -2$$

$$e) \text{ Två lösningsmetoder}$$

1.

$$(x-4)^2 = 0$$

$$(x-4)(x-4) = 0 \quad \text{då } x=4 \text{ kommer}$$

Parentheserna bli noll! Enda lösningen

$$x=4 \quad 2. (x-4)^2 = 0$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$x = \frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 16}$$

$$= 4 \pm \sqrt{16-16}$$

$$= 4 \pm 0 \quad x = 4$$

$$g) (2x+3)(x-5) = 0$$

Antingen är den ena parentesen noll eller den andra.

$$2x+3 = 0 \quad x_1 = -\frac{3}{2}$$

$$x-5 = 0 \quad x_2 = 5$$

$$f) 3x^2 + 10x + 12 = 2x^2 + 2x + 5$$

$$x^2 + 8x + 7 = 0$$

$$x = \frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 7}$$

$$= -4 \pm \sqrt{16-7}$$

$$= -4 \pm 3 \quad x_1 = -1$$

$$x_2 = -7$$

2. a) $a=3$ b) $a=5$ c) $a=6$

3. a) $f(x) = x^2 - 3x - 5$ $f(-1) = (-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 5 = 1 + 3 - 5 = -1$
 $f(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 - 5 = 4 - 6 - 5 = -7$

b) $f(x) = 3x^2 + 6x + 1$ $f(-1) = 3 \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) + 1 = 3 - 6 + 1 = -2$
 $f(2) = 3 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 + 1 = 12 + 12 + 1 = 25$

c) $f(x) = -2x^2 - 4x + 3$ $f(-1) = -2(-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = -2 + 4 + 3 = 5$
 $f(2) = -2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -8 - 8 + 3 = -13$

4. a) Symmetriachse: $x = -2$ Nullstellen: $x_1 = 0$ $x_2 = -4$
 Extrempunkt: $(-2, -4)$

b) Symmetriachse: $x = 1$ Nullstellen: $x_1 = -1$ $x_2 = 3$
 Extrempunkt: $(1, 4)$

c) Symmetriachse: $x = -4$ Nullstellen: $x_1 = -7$ $x_2 = -1$
 Extrempunkt: $(-4, -9)$

5. a) $(x-5)^2$ b) $(x+6)^2$

6. a) $(4x+2)^2 - (4x-4)(4x+4) = 16x^2 + 16x + 4 - (16x^2 - 16) =$
 $= 16x^2 + 16x + 4 - 16x^2 + 16 = 16x + 20$

b) $(3a+2b)^2 - (3a-2b)^2 = 9a^2 + 12ab + 4b^2 - (9a^2 - 12ab + 4b^2) =$
 $= 9a^2 + 12ab + 4b^2 - 9a^2 + 12ab - 4b^2 = 24ab$

c) $3(x^2+1) + (x^2+1)(x^2-1) = 3x^2 + 3 + x^4 - 1 = 3x^2 + 2 + x^4$

7. En rät linje $g(x) = kx + m$ $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

Sök punkterna: $f(1) = -(1)^2 + 4 \cdot 1 + 5 = -1 + 4 + 5 = 8$ Punkt $(1, 8)$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 5 = -1 - 4 + 5 = 0 \quad (-1, 0)$$

Hitta k -värdet: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 0}{1 - (-1)} = \frac{8}{2} = 4$ $g(x) = 4x + m$

Hitta m -värdet: $g(1) = 8$ $8 = 4 \cdot 1 + m$
 $m = 4$ $g(x) = 4x + 4$

8. a) Sök nollställan: $f(x) = 0$ $x^2 - 6x = 0$

$$x(x - 6) = 0 \quad x_1 = 0 \quad x_2 = 6$$

Extrempunkt: Sök in symmetrilinje

Symmetrilinje mellan nollställan:

i funktionen $f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 = -9$

$$x = 3$$

Extrempunkt: $(3, -9)$

b) Sök nollställan: $f(x) = 0$

$$x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{(\frac{8}{2})^2 + 9}}{2}$$

Extrempunkt:

$$= -4 \pm \sqrt{16 + 9}$$

$$f(-4) = (-4)^2 + 8 \cdot (-4) - 9 =$$

$$= 16 - 32 - 9 = -25$$

$$(-4, -25)$$

Symmetrilinje $= -4 \pm 5$ $x_1 = 1$ $x_2 = -9$
 $x = -4$

c) Sök nollställan: $f(x) = 0$ $3x^2 - 12x - 15 = 0$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Symmetrilinje $x = \frac{4 \pm \sqrt{(\frac{4}{2})^2 + 5}}{2}$

$$x = 2$$

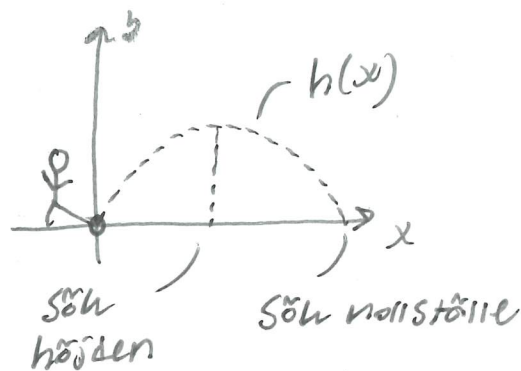
$$= 2 \pm 3$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -1$$

Extrempunkt:

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 - 15 = 12 - 24 - 15 = -27 \quad (2, -27)$$

9.



$$h(x) = -0,1x^2 + 1,5x$$

$$h(x) = 0 \quad -0,1x^2 + 1,5x = 0$$

$$x^2 - 15x = 0$$

$$x(x-15) = 0 \quad x_1 = 0$$

$$x_2 = 15$$

Symmetrilinje: $x = 7,5$

Högsta punkten ger oss y-värdet
för symmetrilinjen $h(7,5) = -0,1 \cdot 7,5^2 + 1,5 \cdot 7,5$

$= 5,625$ Svar: 15 meter löpsträcka
och 5,625 högt

10. $f(x) = x^2 - 5x - 18$ $g(x) = -x^2 - 5x$ de står
varandra då är $f(x) = g(x)$

$$x^2 - 5x - 18 = -x^2 - 5x$$

$$2x^2 - 18 = 0$$

$$2x^2 = 18$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Punkterna: $g(3) = -(3)^2 - 5 \cdot 3 =$
för ut y-koordinat
 $= -24$ Punkt $(3, -24)$

$$g(-3) = -(-3)^2 - 5 \cdot (-3) =$$

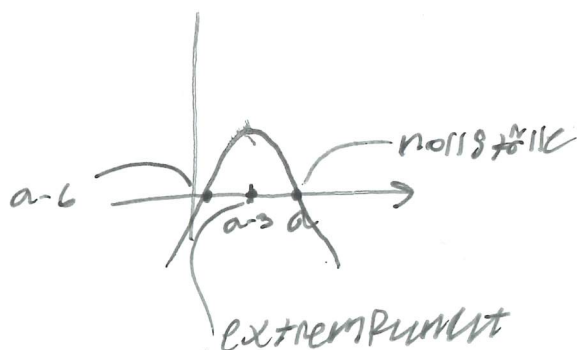
$$= 6 \text{ Punkt } (-3, 6)$$

11. 1-b) eftersom den står i $y = 9$

2-c) eftersom den står i $y = 0$

3-a) eftersom den står i $y = -10$

12. Skissa upp Problemet!



a-b måste vara ett höjdställe
eftersom den har samma avstånd
från extrempunkten som a

$$f(a-b) = 0$$

$$13. \frac{3x^2+6x+3}{3x^2-3} - \frac{x^2+x}{x^2-1} = \frac{\cancel{3}(x^2+2x+1)}{\cancel{3}(x^2-1)} - \frac{x(x+1)}{x^2-1}$$

$$= \frac{\cancel{(x+1)}^2}{\cancel{(x+1)}(x-1)} - \frac{x\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(x-1)} = \frac{x+1}{(x-1)} - \frac{x}{(x-1)} = \frac{x+1-x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

$$14. 16x^2+16x+4 = 4(4x^2+4x+1) = 4(2x+1)^2$$

15. En andragradsfunktion: $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -5 \quad c = -5$$

$$f(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 5 = 9 \quad f(-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) - 5 = -6$$

$$4a + 2b = 14 \quad a - b = -1$$

Two equations: ELNATIONSSYSTEM!

$$\begin{cases} 4a + 2b = 14 & \textcircled{I} \\ a - b = -1 & \textcircled{II} \end{cases}$$

$$\textcircled{II} \quad a - b = -1$$

$$a = -1 + b$$

$$\textcircled{I} \quad 4a + 2b = 14$$

$$4(-1+b) + 2b = 14$$

$$-4 + 4b + 2b = 14$$

$$6b = 18$$

$$b = 3$$

$$\textcircled{II} \quad a - b = -1$$

$$a - 3 = -1$$

$$a = 2$$

Svar: $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$

16. $2x^2 + 4ax + 16 = 0$ Endast en lösning

$$x^2 + 2ax + 8 = 0$$

$$x = -\frac{2a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2a}{2}\right)^2 - 8}$$

$$= -a \pm \sqrt{a^2 - 8}$$

En lösning så ska
 $a^2 - 8$ vara lika
 med noll!

$$a^2 - 8 = 0$$

$$a^2 = 8$$

$$a = \pm \sqrt{8}$$

17. $f(x) = x^2 - (b+1)x + b$

Vi söker nollställena!

Sätt $f(x) = 0$. Lös ekvationen

$$x^2 - (b+1)x + b = 0$$

$$x = \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b+1}{2}\right)^2 - b}$$

kvadreringsregel!

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2+2b+1}{4} - b}$$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2+2b+1-4b}{4}}$$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2-2b+1}{4}}$$

$(b-1)^2$

$$= \frac{b+1}{2} \pm \sqrt{\frac{(b-1)^2}{4}}$$

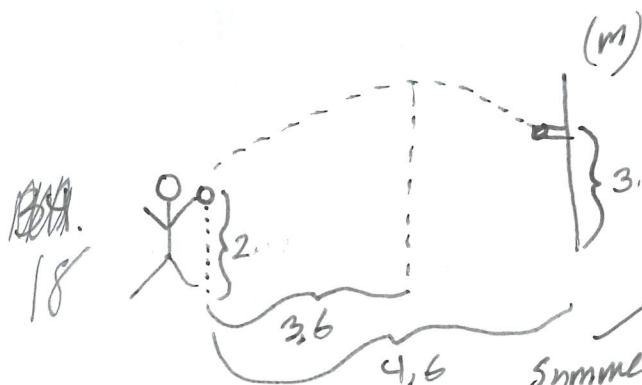
$$= \frac{b+1}{2} \pm \frac{b-1}{2}$$

$$x_1 = \frac{b+1}{2} + \frac{b-1}{2} = \frac{2b}{2} = b$$

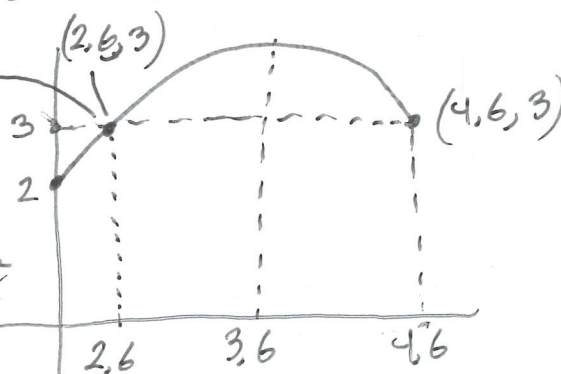
$$x_2 = \frac{b+1}{2} - \frac{b-1}{2} = \frac{b+1-b+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Alltid en lösning som
är $x=1$

Beskriv med en parabel



Symmetri
utifrån
extrempunkt



Vi har då två punkter och vet hur funktionen ser
y-axeln $f(x) = ax^2 + bx + 2$

$$f(2.6) = a \cdot 2.6^2 + b \cdot 2.6 + 2 = 3$$

$$f(4.6) = a \cdot 4.6^2 + b \cdot 4.6 + 2 = 3$$

EWationssystem:
$$\begin{cases} a \cdot 2,6^2 + b \cdot 2,6 + 2 = 3 & \text{I} \\ a \cdot 4,6^2 + b \cdot 4,6 + 2 = 3 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{I} \quad 2,6^2 a + 2,6b = 1$$

$$6,76a + 2,6b = 1$$

$$6,76a = 1 - 2,6b$$

$$a = \frac{1 - 2,6b}{6,76}$$

$$\text{II} \quad 4,6^2 a + 4,6b = 1$$

$$21,16a + 4,6b = 1$$

$$21,16 \cdot \left(\frac{1 - 2,6b}{6,76} \right) + 4,6b = 1$$

$$\frac{21,16 - 55b}{6,76} + 4,6b = 1$$

$$3,13 - 8,13b + 4,6b = 1$$

$$-3,53b = -2,13$$

$$b = 0,6$$

$$\text{I} \quad 2,6^2 a + 0,6 \cdot 2,6 = 1$$

$$a = \frac{1 - 0,6 \cdot 2,6}{2,6^2} \approx -0,083$$

$$f(x) = -0,083 \cdot x^2 + 0,6x + 2$$

Högsta punkten: $f(3,6) = -0,083 \cdot 3,6^2 + 0,6 \cdot 3,6 + 2 = 3,08$

Svar: 3,08 meter!