Lösningsförslag övningsprov 2.

1. $f(x) = 4x+2$

a) $f(6) = 4 \cdot 6 + 2 = 26$

b) $f(-10) = 4 \cdot (-10) + 2 = -38$

c) $f(x) = -10$ $\quad 4x+2 = -10$

$4x = -12$

$x = -3$

2. a) $f(4) = 6$

b) $x = 2$

c) defmängd: $0 \leq x \leq 6$

värdemängd $0 \leq y \leq 9$

d) $4 < x \leq 6$

3. $y = -4x+2$

4. a) $\sin v = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ $\quad \cos v = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$\tan v = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

b) $\sin v = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ $\quad \cos v = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$\tan v = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

c) $\sin v = \frac{9b}{10c}$ $\quad \cos v = \frac{5a}{9b}$ $\quad \tan v = \frac{10c}{5a} = \frac{2c}{a}$

5. $f(x) = 3 \cdot 2^x$

$g(x) = 3 \cdot x^2$

a) $f(1) + g(1) = 3 \cdot 2^1 + 3 \cdot 1^2 = 6 + 3 = 9$

b) $f(2) - g(2) = 3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2^2 = 0$

6. a) $x^2 + x = x(x+1)$

b) $2x^3 + 4x^2 + 8x = 2x(x^2 + 2x + 4)$

c) $2xy + 2y = 2y(x+1)$

d) $xy + 3xy^2 + 6x^2y^2 = xy(1 + 3y + 6xy)$

7. $d = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$

a) $(\underset{x_1}{1}, \underset{y_1}{4})$ och $(\underset{x_2}{-2}, \underset{y_2}{10})$ $\quad d = \sqrt{(10-4)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{6^2 + (-3)^2} = \sqrt{45}$

b) $(\underset{x_1}{-2}, \underset{y_1}{-6})$ och $(\underset{x_2}{-5}, \underset{y_2}{-2})$ $\quad d = \sqrt{(-2-(-6))^2 + (-5-(-2))^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

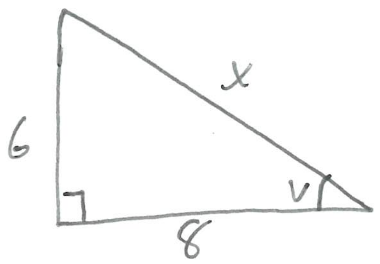
c) $((a+1),3)$ och $((a+4),6)$

$\quad x_1 \quad y_1 \qquad\qquad x_2 \quad y_2$

$d = \sqrt{((a+4)-(a+1))^2+(6-3)^2} =$

$= \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$

8.



$x^2 = 6^2+8^2$

$x = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$

$\sin v = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ $\qquad \sin v + \cos v = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$

$\cos v = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

9. a) $\vec{u} = (3,3)$ $\vec{v} = (-2,5)$ $\vec{w} = [\text{sätt i origo}] = (2,3)$

$\vec{a} = [\text{sätt i origo}] = (1,2)$

b) $|\vec{u}| = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$ l.e , $|\vec{v}| = \sqrt{(-2)^2+5^2} = \sqrt{29}$ l.e

$|\vec{w}| = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$ l.e $\quad |\vec{a}| = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$ l.e

c) $\vec{z} = \vec{v}+\vec{u} = (-2+3, 5+3) = (1,8)$ $\quad \vec{z} = (1,8)$

10. a) $4^2 \cdot 2^2 = (2^2)^2 \cdot 2^2 = 2^4 \cdot 2^2 = 2^6$ $\quad$ b) $4^4 \cdot 9^2 = 4^4 \cdot (3^2)^2 = 4^4 \cdot 3^4 = (4\cdot 3)^4 = 12^4$

11. a) $x^2+4x = 4x+16$

$x^2 = 16$

$x = \pm 4$

b) $\frac{2x}{8} = \frac{2}{2x}$

$\frac{x}{4} = \frac{1}{x}$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

c) $(x+1)(x-4) = x^2$

$x^2-4x+x-4 = x^2$

$x^2-3x-4 = x^2$

$-3x = 4$

$x = \frac{-4}{3}$

12. $f(x) = x^2+2x-4$ $\quad g(x) = 2x$

$f(x) = g(x) \Rightarrow \quad x^2+2x-4 = 2x$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$ funktionerna är lika med vorandra då $x = \pm 2$

13 $3y = -6x+15$

$y = -2x+5$ värdemängd: $-1 < y < 9$

Sök def.mängd: Titta på ytterkanterna av värdemängden för vilka x stämmer det med funktionen?

$y = -1 \Rightarrow \quad -1 = -2x+5$

$-6 = -2x$

$x = 3$

$y = 9 \Rightarrow \quad 9 = -2x+5$

$4 = -2x$

$x = -2$

Defmängd: $-2 < x < 3$

14. $f(x) = 4x+1$ och $g(x) = -2x+2$

$f(g(x)) = 4(-2x-2)+1 = -8x-8+1 = -8x-7$

$f(g(x)) = 1 \Rightarrow \quad -8x-7 = 1$

$-8x = 8$

$x = -1$

15. $\vec{v} = (a, b)$ $\quad \vec{w} = (3, c)$ $\quad \vec{w}+\vec{v} = (a+3, b+c) = (6, 10)$

$a = 3$

$|\vec{v}| = \sqrt{3^2+b^2} = 5$

$3^2+b^2 = 25$

$b^2 = 16$

$b = \pm 4$

$\vec{v} = (3, \pm 4)$

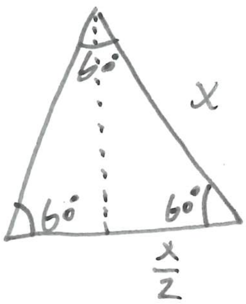
16. $f(x)=kx+m_1 \quad g(x)=kx+m_2$

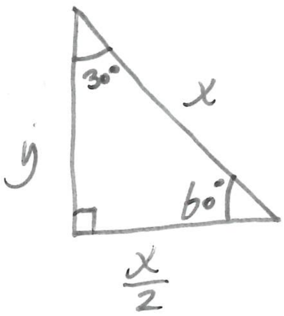
$f(g(x))=k(kx+m_2)+m_1=k^2x+km_2+m_1$

$f(g(x))=k^2x+km_2+m_1$ är en rät linje där

k-värdet är k^2 och m-värdet km_2+m_1 $\square$

17.





Sök y uttryckt i x

$y^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=x^2$

$y^2+\frac{x^2}{4}=x^2$

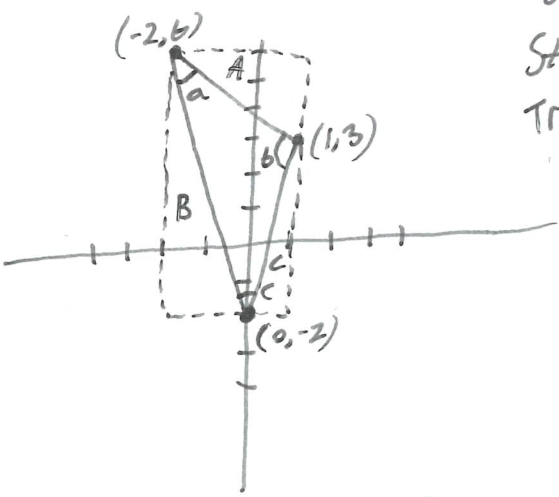
$y^2=x^2-\frac{x^2}{4}=\frac{3x^2}{4}$

$y^2=\frac{3x^2}{4} \quad y=\frac{\sqrt{3}\cdot x}{2}$

$\cos 30°=\dfrac{\frac{\sqrt{3}x}{2}}{\frac{x}{1}}=\frac{\sqrt{3}\cdot x}{2\cdot x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Svar: $\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

27. – Notera!!!



Sträckan ab $=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}$

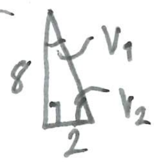
Sträckan ac $=\sqrt{8^2+2^2}=\sqrt{66}$

Sträckan bc $=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$

Triangel A - Vinklar:

45° och 45°

Triangel B - Vinklar



$V_1=\tan^{-1}\left(\frac{2}{8}\right)=14,03°$

$V_2=\tan^{-1}\left(\frac{8}{2}\right)=75,96°$

Triangel C - Vinklar

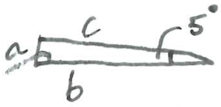
$V_3=\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)=11,30°$

$V_4=\tan^{-1}(5)=78,69°$

Vinkel a $=90°-45°-14,03°=30,97°$

Vinkel b $=180°-45°-11,30°=123,7°$

Vinkel c $=180°-75,96°-78,69°=25,35°$

18. 

$\tan 5° = \frac{a}{b}$ $\sin 5° = \frac{a}{c}$ $\cos 5° = \frac{b}{c}$

$a < b < c$ $\frac{a}{c} < \frac{a}{b} < \frac{b}{c}$ $\sin 5° < \tan 5° < \cos 5°$

19. $h(x) = f(x) + g(x)$

$h(4) = f(4) + g(4) = 1 + 3 = 4$ $h(4) = 4$

20. $f(x) = c \cdot a^x$ eftersom det är en exponentiell förändring 2 metoder att lösa problemet

metod 1. sätt $x=0$ vid 3 januari och räkna baklänges till 1 januari $f(0) = 10000$ $c = 10000$ $f(2) = 10000 \cdot a^2 = 1000000$

$10000a^2 = 1000000$ $f(x) = 10000 \cdot 10^x$ $f(-2) = 10000 \cdot 10^{-2} = 10000 \cdot \frac{1}{100}$

$a^2 = 100$ $f(-2) = 100$ svar: 100 st.

$a = \pm 10$

metod 2. Hitta c med 2 ekvationer

$f(x) = c \cdot a^x$ $f(2) = c \cdot a^2 = 10000$ $f(4) = c \cdot a^4 = 1000000$

3 januari 5 januari

$c \cdot a^2 = 10000$ $c = \frac{10000}{a^2}$ $\frac{10000}{a^2} \cdot a^4 = 1000000$

$c \cdot a^4 = 1000000$

$10000a^2 = 1000000$

$a^2 = 100$

$a = 10$

$c \cdot 10^2 = 10000$

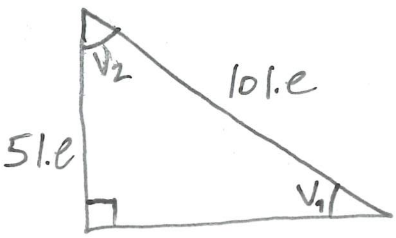
$c = 100$ svar: 100 st

21. $f(x) = 1500 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x}$

a) $f(3) = 1500 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{3} = 55,555$

b) $f(-4) = 1500 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 121500$

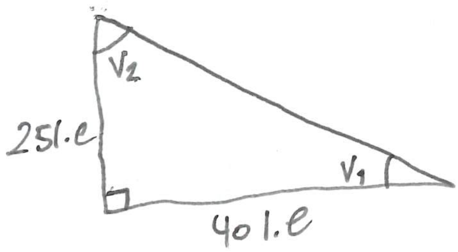
22. a)



$v_1 = \sin^{-1}\left(\frac{5}{10}\right) = 30°$

$v_2 = 180° - 90° - 30° = 60°$

b)



$v_1 = \tan^{-1}\left(\frac{25}{40}\right) = 32,00°$

$v_2 = 180° - 90° - 32° = 58°$

23. $f(x) = 2x^2 + 4x$

a) undersök $f(4) = 2 \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 = 48$ Går ej igenom $(4,42)$

b) undersök $f(100) = 2 \cdot 100^2 + 4 \cdot 100 = 20400$ Går ej igenom $(100, 20400)$

24. a) $4x^7 = 30$

$x^7 = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$

$(x^7)^{\frac{1}{7}} = \left(\frac{15}{2}\right)^{\frac{1}{7}}$

$x = 1,333$

b) $\frac{x^3}{10} \times \frac{32}{x^7}$

$x^{10} = 320$

$(x^{10})^{\frac{1}{10}} = 320^{\frac{1}{10}}$

$x = 1,78$

c)

$f(x) = g(x)$ då $x = 1,764$

d) Skriv in $f(x) = x^3 - 4x$ och $g(x) = -3x$ i geogebra och undersök där $f(x) = g(x)$ $x_1 = -1$ $x_2 = 0$ $x_3 = 1$

25. $f(x)$ är ett linjärt samband $f(x) = kx+m$ där

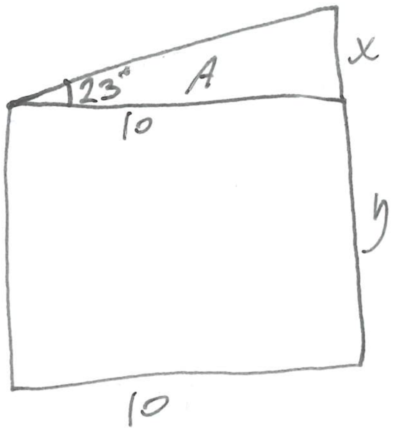
$m = 4$ $\quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10-4}{2-0} = \frac{6}{2} = 3$ $\quad f(x) = 3x+4$

$g(x)$ är en exponentiell förändring $g(x) = C \cdot a^x$

$C = 243$ $\quad g(1) = 81$ $\quad 81 = 243 \cdot a$ $\quad g(x) = 243 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

$a = \frac{1}{3}$

26.



Area triangeln

$\tan 23° = \frac{x}{10}$

$x = \tan 23° \cdot 10$

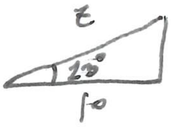
$x = 4,24$

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 4,24}{2} = 21,22$ a.e

Area kvadrat: $10 \cdot y$ $\quad$ Area kvadrat + triangel $= 10 \cdot y + 21,22 = 100$

$y = 7,878$ l.e

Hypotenusan på triangeln:

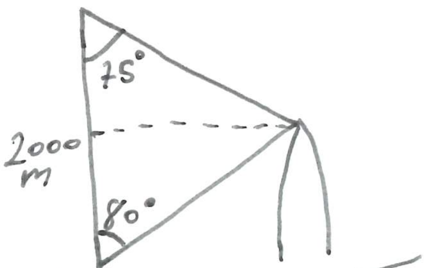


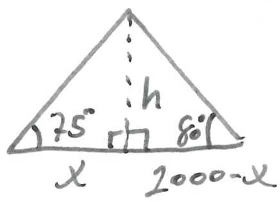
$\cos 23° = \frac{10}{z} \Rightarrow z = \frac{10}{\cos 23°} = 10,86$ l.e

Sidorna: 10, 10, 10,86, 12,118

27. finns på tidigare sidor!!

28.





$\tan 75° = \frac{h}{x}, \; h = x \cdot \tan 75°$

$\tan 80° = \frac{h}{2000-x} = \frac{x \cdot \tan 75°}{2000-x}$

$\frac{\tan 80°}{1} = \frac{x \cdot \tan 75°}{2000-x}$

$x \cdot \tan 75° = 2000 \cdot \tan 80° - x \cdot \tan 80°$

$x \cdot \tan 75° + x \cdot \tan 80° = 2000 \cdot \tan 80°$

$x(\tan 75° + \tan 80°) = 2000 \cdot \tan 80°$ $\quad x = \frac{2000 \cdot \tan 80°}{\tan 75° + \tan 80°} \approx 1206$ m

höjden är då $2000 - 1206 = 794$ m $\quad$ Svar: 794 m

29. a) Modell 1: en rät linje $f(x) = kx+m$

$f(0) = 90$ (motsvarar 90% av befolkningen år 1820)

$f(202) = 10$ (motsvarar 10% av befolkningen år 2022)

2022

$m = 90$ $\quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{90-10}{0-202} \approx -0,4$

$f(x) = -0,4x + 90$

Modell 2: en exponentiell funktion

$g(x) = C \cdot a^x$ $\quad C = 90$ $\quad g(202) = 10$ $\quad 10 = 90 \cdot a^{202}$

$\frac{1}{9} = a^{202}$

$a = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{202}}$

$g(x) = 90 \cdot \left(\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{202}}\right)^x = 90 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x}{202}}$

b) När är fattigdomen på 1% enligt modellerna?

$f(x) = 1$ $\quad 1 = -0,4x + 90$

$-89 = -0,4x$

$x = 222,5$

år 2042 är fattigdomen 1 % enligt modellen

$g(x) = 1$ $\quad 90 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x}{202}} = 1$

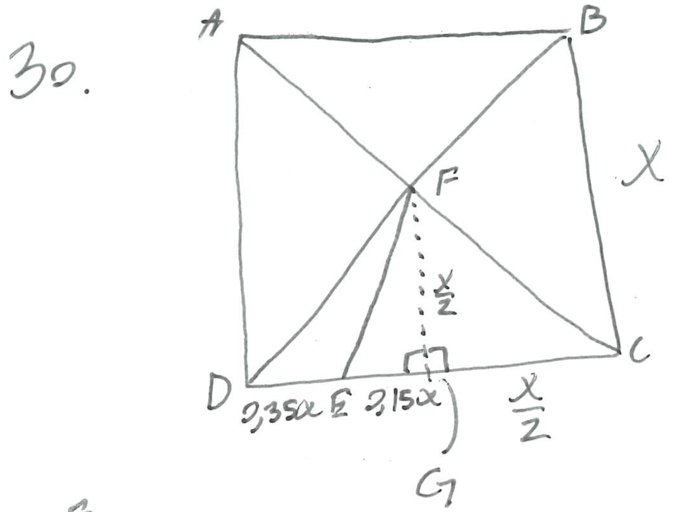
Undersök på geogebra!

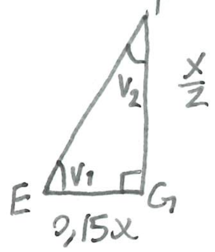
$x \approx 413,686$ då $g(x) = 1$

Titta på skärningen mellan $g(x)$ och $y = 1$

år 2233 är fattigdomen 1% enligt modellen

30.

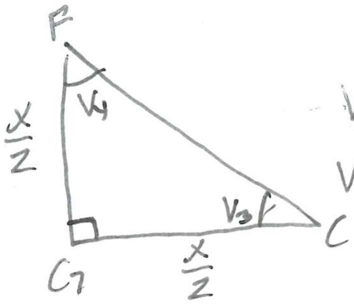




$$\tan V_1 = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{0,15x}{1}} = \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{0,15x} = \frac{1}{0,3}$$

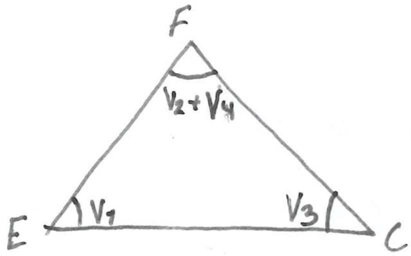
$$V_1 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{0,3}\right) = 73,3^\circ$$

$$V_2 = \tan^{-1}\left(\frac{0,3}{1}\right) = 16,7^\circ$$



$V_3 = 45^\circ$

$V_4 = 45^\circ$



$V_1 = 73,3^\circ \quad V_2 + V_4 = 16,7 + 45^\circ = 61,69^\circ$

$V_3 = 45^\circ$