

Förenklningar och ekvationer

$$1. a) \frac{(2x+y)^2 + (x-y)(x+y) - x^2}{2x^2 + 2xy} = \frac{4x^2 + 4xy + \cancel{y^2} + \cancel{x^2} - \cancel{y^2} - \cancel{x^2}}{2x^2 + 2xy}$$

$$= \frac{4x^2 + 4xy}{2x^2 + 2xy} = \frac{2(\cancel{2x^2} + 2xy)}{\cancel{2x^2} + 2xy} = 2$$

$$b) \frac{x^{\frac{5}{2}}}{5 \cdot \sqrt{x}} = \frac{x^{\frac{5}{2} + \frac{1}{2}}}{5 \cdot \sqrt{x}} = \frac{x^2 \cdot \cancel{\sqrt{x}}}{5 \cdot \cancel{\sqrt{x}}} = \frac{x^2}{5}$$

$$2. \frac{(x-1)^2 + (x+1)(x-1)}{(x-1)} = 1$$

Bryt ut $(x-1)$

$$\frac{(\cancel{x-1})((x-1) + (x+1))}{(\cancel{x-1})} = 1$$

$$\cancel{x-1} + \cancel{x-1} + 1 = 1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$3. x^2 - 2ax + 16 = 0$$

$$x = a \pm \sqrt{a^2 - 16}$$

ska vara $= 0$ om vi ska få enbart en lösning

$$a^2 - 16 = 0$$

$$a = \pm 4$$

Svar: då $a = \pm 4$

$$4. \quad 6^{2x+1} \cdot 2^{1+4x} \cdot 3^{4x+1} = 100$$

$$6^{2x} \cdot 6 \cdot 2^{4x} \cdot 2 \cdot 3^{4x} \cdot 3 = 100$$

$$36 \cdot 6^{2x} \cdot 2^{4x} \cdot 3 = 100$$

$$6^{2x} \cdot 2^{4x} \cdot 3^{4x} = \frac{100}{36} = \frac{25}{9}$$

$$6^{2x} \cdot (2^2)^{2x} \cdot (3^2)^{2x} = \frac{25}{9}$$

$$6^{2x} \cdot 4^{2x} \cdot 9^{2x} = \frac{25}{9}$$

$$(6 \cdot 4 \cdot 9)^{2x} = \frac{25}{9}$$

$$216^{2x} = \frac{25}{9}$$

$$2x \cdot \lg(216) = \lg \frac{25}{9}$$

$$x = \frac{\lg(\frac{25}{9})}{2 \cdot \lg(216)}$$

$$5. \quad (\lg(x^2 - 6x + 9) - \lg(x - 3))$$

$$\lg x - \lg y = \lg \frac{x}{y}$$

$$\lg \left(\frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3} \right) = \lg \left(\frac{(x-3)^2}{x-3} \right) =$$

$$= \lg(x-3)$$

$$6. \quad (4\sqrt{2x+1} - 4)^2 + 32\sqrt{2x+1} = 100$$

$$16(2x+1) - 32\sqrt{2x+1} + 16 + 32\sqrt{2x+1} = 100$$

$$32x + 16 + 16 = 100$$

$$32x + 32 = 100$$

$$32x = 68$$

$$x = \frac{68}{32} = \frac{17}{8}$$

$$7. \quad \lg(x^2 - 4x + 95) = 2$$

$$\lg(x^2 - 4x + 95) = \lg 100$$

$$x^2 - 4x + 95 = 100$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{4+5}$$

$$= 2 \pm \sqrt{9}$$

$$= 2 \pm 3$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -1$$

$$8. \quad \sqrt{x^2 - 4x + 4} = (125x^3)^{\frac{1}{3}}$$

a)

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 5x$$

$$x^2 - 4x + 4 = 25x^2$$

$$24x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$x^2 + \frac{4x}{24} - \frac{4}{24} = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = 0$$

$$x = -\frac{1}{12} \pm \sqrt{\frac{1}{144} + \frac{1}{6}}$$

$$= -\frac{1}{12} \pm \sqrt{\frac{25}{144}} = -\frac{1}{12} \pm \frac{5}{12}$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{1}{3}$$

$$8 \text{ b)} \quad \lg x + \lg x^2 + \lg x^3 = -\lg x^4 + 10$$

$$\lg x + \lg x^2 + \lg x^3 + \lg x^4 = 10$$

$$\lg x^{10} = 10$$

$$\lg x^{10} = \lg 10^{10}$$

$$x^{10} = 10^{10}$$

$$x = 10$$

$$9. \text{ c)} \quad \frac{x^3(x^{\frac{1}{2}}+1)}{x^2 \cdot \sqrt{x} + x^{100}}$$

$$= \frac{x^{\frac{3}{2}} + x^3}{x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} + x^2} = \frac{x^3(x^{\frac{1}{2}}+1)}{x^2(x^{\frac{1}{2}}+1)}$$

$$= \frac{x^3}{x^2} = x$$

$$9. \text{ a)} \quad \frac{2x^2 - 8x + 8}{6x^2 - 24} =$$

$$= \frac{2(x^2 - 4x + 4)}{6(x^2 - 4)}$$

$$= \frac{2(x-2)^2}{6(x-2)(x+2)} = \frac{x-2}{3(x+2)}$$

$$= \frac{x-2}{3x+6}$$

$$\text{b)} \quad \frac{x^4 - 1}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{(x+1)(x-1)} = x^2 + 1$$

$$10. \text{ a)} \quad 346(5x+271)^2 - 346(5x+271) = 0$$

$$(5x+271)(346(5x+271) - 346) = 0$$

$$5x+271 = 0$$

$$x_1 = -\frac{271}{5}$$

$$346(5x+271) - 346 = 0$$

$$5x+271 = 1$$

$$x_2 = -\frac{270}{5} = -54$$

$$\text{b)} \quad \frac{2^{(x+1)^2}}{2^{x^2}} = 16$$

$$\frac{2^{2x+1}}{2^{2x}} = 16$$

$$x = \frac{198}{194}$$

$$\frac{2^{2x}}{2^{2x}} = 16$$

$$\frac{2^{2x}}{2^{2x}} = 8$$

$$4^x = 8$$

$$x/194 = 198$$

$$\frac{2^{x^2+2x+1}}{2^{x^2}} = 16$$

$$10 \text{ c)} \quad \frac{2^{2x} + 8 \cdot 2^x + 16}{2^{2x} - 16} = \frac{(2^x)^2 + 8 \cdot 2^x + 16}{(2^x)^2 - 16} = \frac{(2^x + 4)^2}{(2^x - 4)(2^x + 4)}$$

$$= \frac{2^x + 4}{2^x - 4} = 8$$

$$2^x + 4 = 8 \cdot 2^x - 32$$

$$36 = 7 \cdot 2^x$$

$$\frac{36}{7} = 2^x$$

$$\lg\left(\frac{36}{7}\right) = x \cdot \lg 2$$

$$x = \frac{\lg\left(\frac{36}{7}\right)}{\lg 2}$$

$$12. \quad A^2 - B^2$$

$$A = 1234^{2x} - 1234^{-2x}$$

$$B = 1234^{2x} + 1234^{-2x}$$

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

$$\begin{aligned} & (1234^{2x} - 1234^{-2x} - (1234^{2x} + 1234^{-2x})) (1234^{2x} - 1234^{-2x} + 1234^{2x} + 1234^{-2x}) \\ &= (1234^{2x} - 1234^{-2x} - 1234^{2x} - 1234^{-2x}) (2 \cdot 1234^{2x}) \\ &= (-2 \cdot 1234^{-2x}) (2 \cdot 1234^{2x}) = -4 \cdot 1234^{2x} \cdot 1234^{-2x} = -4 \end{aligned}$$

$$11. \quad 4^x = (3^x - 2^x)(3^x + 2^x)$$

$$4^x = 3^{2x} - 2^{2x}$$

$$4^x = (3^2)^x - (2^2)^x$$

$$4^x = 9^x - 4^x$$

$$2 \cdot 4^x = 9^x$$

$$\frac{2 \cdot 4^x}{9^x} = 1$$

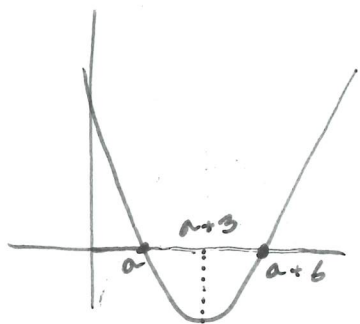
$$\left(\frac{4}{9}\right)^x = \frac{1}{2}$$

$$x \cdot \lg\left(\frac{4}{9}\right) = \lg\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$x = \frac{\lg\left(\frac{1}{2}\right)}{\lg\left(\frac{4}{9}\right)}$$

Funktioner

13.



$f(a) = 0$ Pga. Symmetri

14. $f(x) = x^2 - 4x - 5$ $g(x) = -x^2 - 5$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = -x^2 - 5$$
$$2x^2 - 4x = 0$$

$$x(2x - 4) = 0 \quad x_1 = 0$$

$$2x - 4 = 0$$

$$x = 2$$

$$x_2 = 2$$

finn y-värdet: $g(0) = -0^2 - 5 = -5$

$$g(2) = -4 - 5 = -9$$

Svar: $(0, -5), (2, -9)$

15. formulera funktionernas ekvationer

Andragradsfunkt. $f(x) = x^2 - 9$

räta linjen $g(x) = 2x - 6$

Svar: $x^2 - 9 = 2x - 6$ Ciär att skrivas på olika sätt

16. Största arean: area för loden bas: x höjd: funktionens höjd dvs. y-värdet $y = -2x + 6$ Area: basen $\cdot$ höjden $= x \cdot (-2x + 6)$

$$= -2x^2 + 6x \quad \text{finn maxivärdet: finn symmetrilinjen}$$

$$A(x) = -2x^2 + 6x$$

$$x(2x + 6) = 0 \quad x_1 = 0$$

$$-2x + 6 = 0$$

$$x = 3$$

$$x_2 = 3$$

$$A\left(\frac{3}{2}\right) = -2 \cdot \frac{9}{4} + \frac{18}{2}$$

$$= -\frac{9}{2} + \frac{18}{2} = \frac{9}{2}$$

Symmetrilinje: $\frac{3}{2}$

Största arean: $\frac{9}{2}$ a.e

$$17. f(x) = x^2 - 4x$$

$$f(a+2) = 10$$

$$(a+2)^2 - 4(a+2) =$$

$$= a^2 + 4a + 4 - 4a - 8 = 10$$

$$= a^2 - 4 = 10$$

$$a^2 = 14$$

$$a = \pm \sqrt{14}$$

18. Avståndet mellan graferna blir $f(x) - g(x)$ eftersom $f(x)$ är ger y-värdet för den övre funktionen och sedan $g(x)$ för den nedre. Vi får därför en ny funktion som beskriver avståndet mellan $f(x)$ och $g(x)$.

19. Undersök grafens

struktur: hitta extrempunkt

x^2 är positiv, glad mun

$$\frac{x^2}{2} - 4x + 2 = 0$$

$$x^2 - 8x + 4 = 0$$

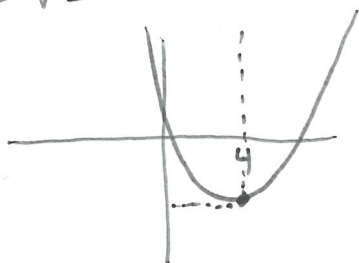
$$x = 4 \pm \sqrt{16 - 4}$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{3}$$

$$x_1 = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = 4 - 2\sqrt{3}$$

Symmetrilinje: 4



$$A(x) = f(x) - g(x) \Rightarrow -x + 4 - \left(-\frac{x^2}{2} - 2x - 2\right)$$

$$= -x + 4 + \frac{x^2}{2} + 2x + 2$$

$$= \frac{x^2}{2} + x + 4$$

$$\frac{x^2}{2} + x + 4 = 0$$

$$x^2 + 2x + 8 = 0$$

Symmetrilinjen

$$x = -1 \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 8}$$

$$A(-1) = \frac{1}{2} - 1 + 4 = \frac{7}{2}$$

Minsta avståndet är $\frac{7}{2}$ i.e

$$f(4) = \frac{16}{2} - 16 + 2 = -6 \text{ minsta värdet}$$

Undersök gränserna: $x = -2$
 $x = 8$

$$f(-2) = \frac{4}{2} + 8 + 2 = 12$$

$$f(8) = \frac{64}{2} - 32 + 4 = 4$$

Största värdet 12

Svar $-6 \leq f(x) \leq 12$ är värdemängden

$$20. f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = a + b + 4 = 10$$

$$f(0) = 4 \quad c = 4$$

$$f(-2) = 4a - 2b + 4 = -2$$

$$a + b + 4 = 10 \quad \text{I}$$

$$4a - 2b + 4 = -2 \quad \text{II}$$

$$\text{I} \quad a + b + 4 = 10$$

$$a = 6 - b$$

$$\text{II} \quad 4(6 - b) - 2b + 4 = -2$$

$$24 - 4b - 2b + 4 = -2$$

$$-6b = -30$$

$$b = 5$$

$$\text{I} \quad a + 5 + 4 = 10$$

$$a = 1 \quad \text{Svar: } f(x) = x^2 + 5x + 4$$

$$21. f(x) = c \cdot a^x \quad f(2) = 6 \Rightarrow 6 = c \cdot a^2$$

$$g(3) = \frac{2}{3} \cdot 3 + 10 = 2 + 10 = 12 \quad f(3) = 12 \Rightarrow c \cdot a^3 = 12$$

$$\frac{f(3)}{f(2)} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow \frac{\cancel{c} \cdot \cancel{a}^3}{\cancel{c} \cdot \cancel{a}^2} = 2 \quad a = 2$$

$$f(2) = c \cdot 2^2 = 6$$

$$c = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \quad f(x) = \frac{3}{2} \cdot 2^x$$

$$22. \quad f(x) = x^2 + 2x \quad \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &\Rightarrow \frac{(x+h)^2 + 2(x+h) - (x^2 + 2x)}{h} = \\ &= \frac{\cancel{x^2} + 2xh + h^2 + 2x + 2h - \cancel{x^2} - 2x}{h} = \frac{2xh + h^2 + 2h}{h} = \frac{\cancel{h}(2x + h + 2)}{\cancel{h}} \\ &= 2x + h + 2 \end{aligned}$$

23. Rita grafen i geogebra och multiplicera $f(x)$ med x (basen) och dela sedan med 2 Area triangel
 $\frac{f(x) \cdot x}{2} = \frac{B \cdot h}{2}$. finn det största värdet för funktionen

$$24. \quad f(x) = 2x^2 - 8x + 12 \quad x \text{ är hälften av } y \quad x = \frac{y}{2}$$

$$y = 2\left(\frac{y}{2}\right)^2 - 8\frac{y}{2} + 12$$

$$y = \frac{y^2}{2} - 4y + 12$$

$$\frac{y^2}{2} - 5y + 12 = 0$$

$$y^2 - 10y + 24 = 0$$

$$y = 5 \pm \sqrt{25 - 24}$$

$$= 5 \pm 1$$

$$y_1 = 6$$

$$y_2 = 4$$

$$x_1 = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{4}{2} = 2$$

koordinaterna: (3, 6), (2, 4)

$$25. f(x) = -x^2 + 7, g(x) = x^2 - ax + 9$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow -x^2 + 7 = x^2 - ax + 9$$

$$2x^2 - ax + 2 = 0$$

$$x^2 - \frac{ax}{2} + 1 = 0$$

$$x = \frac{a}{4} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - 1}$$

ska vara
lika med noll

$$\frac{a^2}{4} - 1 = 0$$

$$a^2 = 4$$

$$a = \pm 2$$

Svar: då $a = \pm 2$

$$26. h(x) = f(x) + g(x)$$

$$f(x) = -x^2 + 4x, g(x) = -x^2 + 2$$

$$h(x) = -x^2 + 4x + (-x^2 + 2) = -2x^2 + 4x + 2$$

$$-2x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1+1}$$

symmetrilinje ger största värdet

$$h(1) = -2 \cdot 1^2 + 4 + 2 = 4$$

Svar största värdet är 4

27.

$$\begin{cases} ax + 8 = 2y & \text{I} \\ 4x + m - 3y = 0 & \text{II} \end{cases}$$

a) Parallella $k_1 = k_2$
Förenkla ekvationerna
till $y = kx + m$

$$\text{I} \quad y = \frac{a}{2}x + 4$$

$$\text{II} \quad y = \frac{4x}{3} + \frac{m}{3}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \frac{8}{3}$$

$$m \neq 12$$

b) Vinkelräta $k_1 \cdot k_2 = -1$

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{4}{3} = -1$$

$$a = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$28. \quad f(x) = C \cdot a^x \quad f(b+7) = C \cdot a^{b+7}$$

$$f(b+4) = C \cdot a^{b+4}$$

$$\frac{f(b+7)}{f(b+4)} = \frac{C \cdot a^{b+7}}{C \cdot a^{b+4}} = a^{b+7-(b+4)} = a^3 = 27$$

$$a = 3$$

$$f(4) - f(2) = C \cdot 3^4 - C \cdot 3^2 = 100$$

$$= 81C - 9C = 100$$

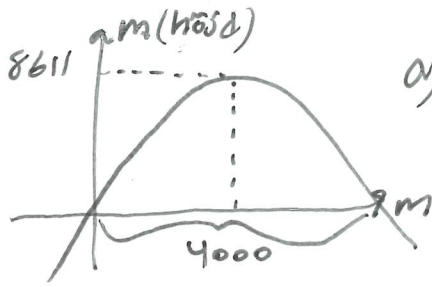
$$72C = 100$$

$$C = \frac{100}{72}$$

$$\text{Jadi: } f(x) = \frac{100}{72} \cdot 3^x$$

Problem (Lösning)

29.



$$a) H(m) = am^2 + bm$$

$$H(2000) = a \cdot 2000^2 + b \cdot 2000 = 8611$$

$$H(4000) = a \cdot 4000^2 + b \cdot 4000 = 0$$

$$a \cdot 2000^2 + b \cdot 2000 = 8611 \quad \text{I} \quad \text{Evolutionssystem}$$

$$a \cdot 4000^2 + b \cdot 4000 = 0 \quad \text{II} \quad \text{Lös ut!}$$

$$\text{II } a \cdot 4000^2 + b \cdot 4000 = 0$$

$$b = -a \cdot 4000$$

$$\text{I } a \cdot 2000^2 - a \cdot 8000000 = 8611$$

$$a \cdot 4000000 - a \cdot 8000000$$

$$-a \cdot 4000000 = 8611$$

$$a = \frac{-8611}{4000000}$$

$$\text{II } \frac{-8611}{4000000} \cdot 4000^2 + b \cdot 4000 = 0$$

$$b = \frac{8611}{4000000} \cdot 4000 = \frac{8611}{1000}$$

$$H(m) = \frac{-8611}{4000000} m^2 + \frac{8611}{1000} m$$

$$b) H(1000) = \frac{-8611}{4000000} \cdot 1000^2 + \frac{8611}{1000} \cdot 1000 = 6458.25$$

Svar: 6458.25 meter från foten

30. Joachim $h_1(x) = 100x + 75$
 Joachim $h_2(x) = 25 \cdot 1,25^{ax}$

Vid 5 km ska $h_1(x) = h_2(x)$

$$h_1(5) = h_2(5) \Rightarrow 575 = 25 \cdot 1,25^{a \cdot 5}$$

$$23 = 1,25^{a \cdot 5}$$

$$23 = (1,25^5)^a$$

$$\lg 23 = a \cdot \lg(1,25^5)$$

$$a = \frac{\lg(23)}{\lg(1,25^5)}$$

$$\text{Svar: } a = \frac{\lg(23)}{\lg(1,25^5)}$$

31



40 meter staket $\Rightarrow x + y + x = 40$

$$2x + y = 40$$

$$y = 40 - 2x$$

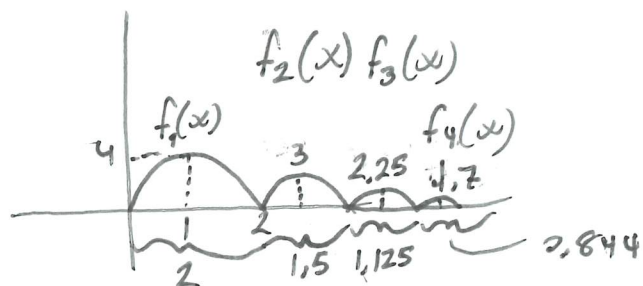
Area: $x \cdot (40 - 2x) = 40x - 2x^2$ $A(x) = 40x - 2x^2$ maximerad funktionen!

$A(x) = 0 \Rightarrow 40x - 2x^2 = 0$ $x_1 = 0$ Symmetrilinje $x = 10$

$x(40 - 2x) = 0$ $x_2 = 20$ Area: $A(10) = 400 - 200 = 200 \text{ m}^2$

Kortsidor: 10 m och långsida: $40 - 20 = 20 \text{ m}$
 (x) (y)

32.



$f_1(x) = kx(x-2)$ — funktion i faktorform

$$f(1) = -k = 4 \quad k = -4 \quad f_1(x) = -4x^2 + 8x$$

finna på nollställena för att nå $f_4(x)$ nollställena för $f_4(x)$ är $2 + 1,5 + 1,125 = 4,625$ och $4,625 + 0,844 = 5,469$

$$f_4(x) = k(x - 4,625)(x - 5,469)$$

$$\begin{aligned} \text{Symmetrilinje } f_4(x) &\Rightarrow \frac{\text{nollställ}_1 + \text{nollställ}_2}{2} = \frac{4,625 + 5,469}{2} \\ &= \frac{10,094}{2} \approx 5 \end{aligned}$$

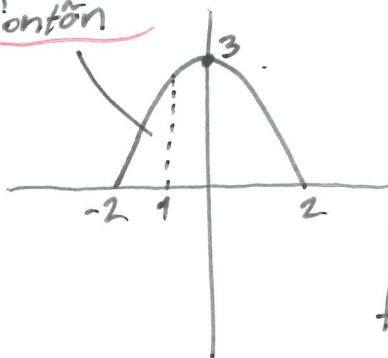
$$f_4(5) = k(5 - 4,625)(5 - 5,469) = 1,7$$

$$k \approx -9,7 \quad f_4(x) = -9,7(x - 4,625)(x - 5,469)$$

Svar: Sista hoppet kan beskrivas med funktionen

$$f_4(x) = -9,7(x - 4,625)(x - 5,469)$$

33. Fontän



Hitta en funktion

$f(x) = ax^2 + bx + 3$ ges av skärning i y

$f(2) = 4a + 2b + 3 = 0$ Nullställena för $f(x)$

$f(-2) = 4a - 2b + 3 = 0$

$4a + 2b + 3 = 0$ ①

$4a - 2b + 3 = 0$ ②

Lös ekvationssystemet!

II $4a - 2b + 3 = 0$

$b = \frac{4a + 3}{2}$

I $4a + 4a + 3 + 3 = 0$

$a = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$

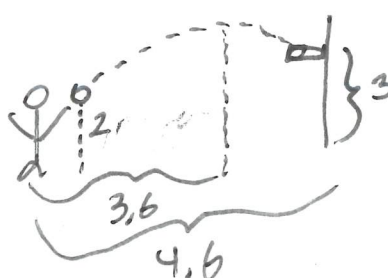
$b = \frac{-3 + 3}{2} = 0$

$f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3$

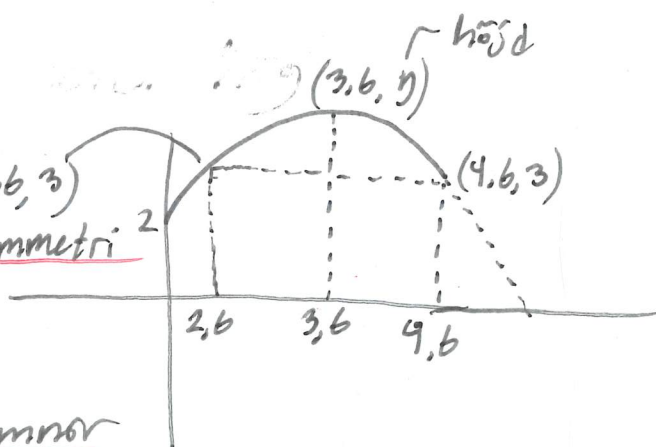
$f(1) = -\frac{3}{4} + 3 = \frac{-3 + 12}{4} = \frac{9}{4}$

Svar: Fontänen är $\frac{9}{4}$ m

34.



(m) $(2, 3)$
av symmetri



$f(x) = ax^2 + bx + 2$ ballen lämnar vid 2 meter

$f(4.6) = 4.6^2a + 4.6b + 2 = 3$

$f(2.6) = 2.6^2a + 2.6b + 2 = 3$

Använd punkterna vi vet!

med symmetri

$4.6^2a + 4.6b + 2 = 3$ ①

I $4.6^2a + 4.6b + 2 = 3$

$2.6^2a + 2.6b + 2 = 3$ ②

$\frac{1 - 4.6^2a}{4.6} = b$

$$\text{II} \quad 2,6^2 a + 2,6 \left(\frac{1 - 4,6^2 a}{4,6} \right) + 2 = 3$$

$$2,6^2 a + \frac{2,6 - 55a}{4,6} = 1$$

$$2,6^2 a + \frac{2,6}{4,6} - \frac{55a}{4,6} = 1$$

$$2,6^2 a - \frac{55a}{4,6} = 1 - \frac{2,6}{4,6}$$

$$\frac{31a}{4,6} - \frac{55a}{4,6} = \frac{2}{4,6}$$

$$\frac{-24a}{4,6} = \frac{2}{4,6}$$

$$a = -\frac{1}{12}$$

$$b = \frac{1 - 4,6^2 \cdot -\frac{1}{12}}{4,6} \approx \frac{6}{10}$$

$$f(x) = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{6}{10}x + 2$$

$$f(3,6) = -\frac{1}{12} \cdot 3,6^2 + \frac{6}{10} \cdot 3,6 + 2 = 3,08$$

svor: 3,08 meter

35. Joachim: $100 = V \cdot t$

$$V = \frac{100}{t}$$

sätt in

Joachim: $100 = (V+1)(t-2) = Vt - 2V + t - 2$

$$\frac{100}{t} \cdot t - \frac{200}{t} + t - 2 = 100$$

$$100 - \frac{200}{t} + t - 2 = 100$$

$$t - 2 = \frac{200}{t} \quad \text{horsmulti}$$

$$t^2 - 2t = 200$$

$$t^2 - 2t - 200 = 0$$

$$t = 1 \pm \sqrt{1 + 200}$$

$$t = 1 + \sqrt{201}$$

$$t \approx 15,18 \text{ sekunder}$$

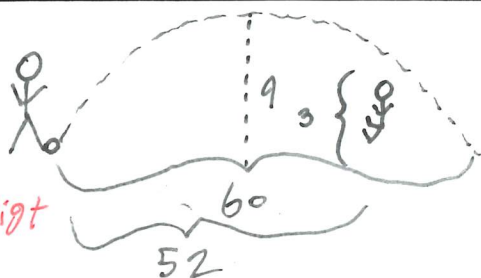
Joachim springer

På 15,18 och Joachim på 13,18 sekunder

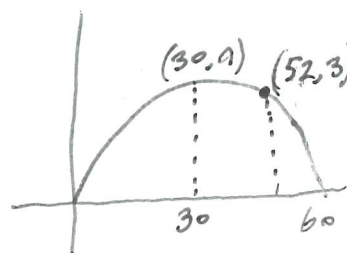
sek.

Neg.
behålls
inte!

36.

(m)
När han bollen?

Ej spaltenligt



Hitto en funktion

$$f(x) = ax^2 + bx$$

$$f(30) = 900a + 30b = 9$$

$$900a + 30b = 9 \quad (I)$$

$$f(60) = 3600a + 60b = 0$$

$$3600a + 60b = 0 \quad (II)$$

$$II \quad 3600a + 60b = 0$$

$$b = -60a$$

$$I \quad 900a - 1800a = 9$$

$$-900a = 9$$

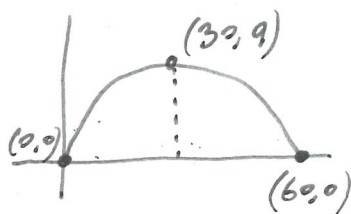
$$a = -\frac{1}{100}$$

$$b = -60 \cdot -\frac{1}{100} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

$$f(x) = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{5}x \quad \text{undersök härden } f(52) = -\frac{1}{100}52^2 + \frac{3}{5} \cdot 52$$

$$= -\frac{52^2}{100} + \frac{156}{5} = 4,16$$

Svar: Han når inte bollen!

36. Lösning 2.

funktionen i faktorform

$$f(x) = k(x-0)(x-60) = kx(x-60)$$

nollställ nollställ

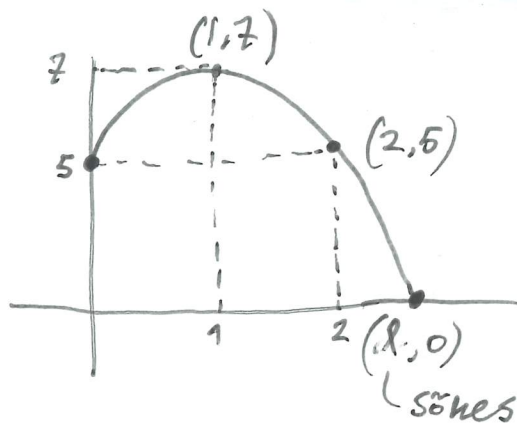
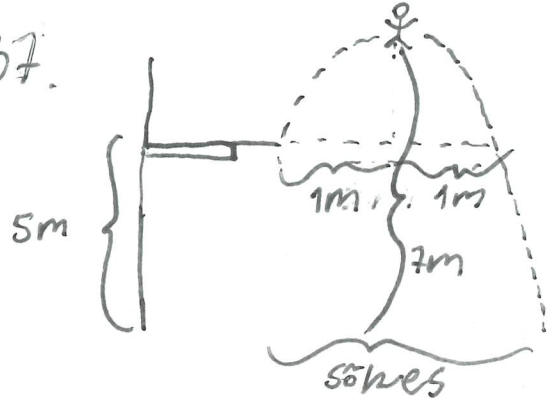
$$f(30) = k \cdot 30(-30) = 9$$

$$k = \frac{-9}{900} = -\frac{1}{100}$$

$$f(x) = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{60}{100}x = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{5}x$$

$$f(52) = 4,16 \quad \text{Svar: han når inte bollen}$$

37.

finn funktion

- skärning i y

$$f(x) = ax^2 + bx + 5$$

$$f(1) = a + b + 5 = 7$$

$$a + b + 5 = 7 \quad \textcircled{I}$$

$$f(2) = 4a + 2b + 5 = 5$$

$$4a + 2b + 5 = 5 \quad \textcircled{II}$$

$$\textcircled{II} \quad 4a + 2b + 5 = 5$$

$$2b = -4a$$

$$b = -2a$$

$$\textcircled{I} \quad a - 2a + 5 = 7$$

$$a = -2$$

$$b = -2a \Rightarrow b = 4$$

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 5$$

$$f(x) = 0$$

$$-2x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x^2 - 2x - \frac{5}{2} = 0$$

$$\text{pq: } x = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{5}{2}}$$

$$= 1 \pm \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$= 1 \pm \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$$

minus inte
relevant för
uppgiften

$$x = 1 + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{14}}{2}$$

$$x = \frac{2 + \sqrt{14}}{2} \text{ m} = 1 + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \text{ m}$$

Svar: Simhopparen når $\frac{2 + \sqrt{14}}{2}$ m från trampolinen

38. Funktionerna för inte går under 20°C
 En funktion $f(x) = ca^x$ går mot noll därför behöver vi
 lägga till $+20$ för att det ska bli verklighetstroget

$$T(t) = C \cdot a^x + 20$$

$$T(0) = C \cdot a^0 + 20 = 80 \Rightarrow C = 60$$

$$K(t) = D \cdot b^x + 20$$

$$K(0) = D \cdot b^0 + 20 = 96 \Rightarrow D = 76$$

$$T(t) = 60a^x + 20$$

$$T(8) = 0,8 \cdot 80 = 64$$

$$K(t) = 76 \cdot b^x + 20$$

$$60a^8 + 20 = 64$$

$$60a^8 = 44$$

$$a^8 = \frac{44}{60}$$

$$K(5) = 0,8 \cdot 96 = 76,8$$

$$(a^8)^{\frac{1}{8}} = \left(\frac{44}{60}\right)^{\frac{1}{8}} \approx 0,96 \quad a \approx 0,96$$

$$76b^5 + 20 = 76,8$$

$$76b^5 = 56,8$$

$$T(t) = 60 \cdot (0,96)^x + 20$$

$$b^5 = \frac{56,8}{76}$$

$$(b^5)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{56,8}{76}\right)^{\frac{1}{5}} \approx 0,94 \quad b \approx 0,94 \quad K(t) = 76(0,94)^x + 20$$

Undersök $T(t) = K(t) \Rightarrow 60(0,96)^x + 20 = 76(0,94)^x + 20$

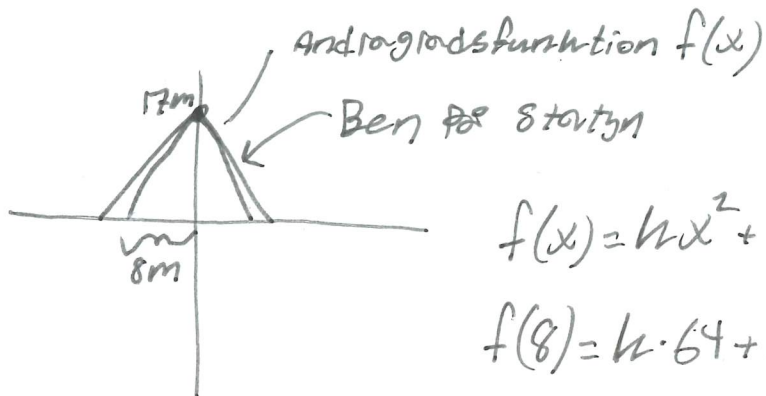
$$60(0,96)^x + 20 = 76(0,94)^x + 20$$

$$\frac{60}{76} = \frac{(0,94)^x}{(0,96)^x} = \left(\frac{0,94}{0,96}\right)^x \quad \lg\left(\frac{60}{76}\right) = x \cdot \lg\left(\frac{0,94}{0,96}\right)$$

$$x = \frac{\lg\left(\frac{60}{76}\right)}{\lg\left(\frac{0,94}{0,96}\right)} \approx 11,22$$

Svar: Efter 11,22 minuter

39.

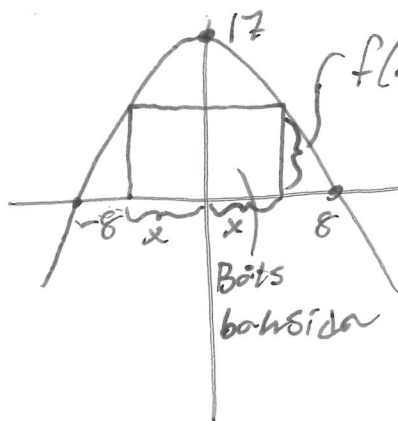
Antaganden!

$$f(x) = kx^2 + 17$$

$$f(8) = k \cdot 64 + 17 = 0$$

$$164k + 17 = 0$$

$$k = \frac{-17}{64}$$



Vi antar att en
kvadratisk båt bakifrån

Vi vill maximera den
arean

$$f(x) = \frac{-17}{64} x^2 + 17$$

funktion utifrån antag-
ande

Arean på den kvadratiske arean
(förhörning) $A(x) = B \cdot h$

$B \cdot h = 2x \cdot \left(\frac{-17}{64} x^2 + 17\right) = \frac{-17}{32} x^3 + 34x = A(x)$ Nu vill maximera funktionen. Hitta x för maxipunkten då $x \geq 0$ i t.ex. GeoGebra. Vi skriver in funktionen och finner extrempunkt då $x \approx 4,61$. Och $A(4,61) \approx 104,7 \text{ m}^2$ Det är den största arean mellan statyns ben. Sen måste vi addera arean mellan pedistalerna



Ben på statyn
 $104,7 \text{ m}^2$ arean mellan benen

$$2 \cdot 4,61 \cdot 15 = 138,3$$

$$\text{Den totala arean: } A_{\text{tot}} = 104,7 + 138,3 = 243 \text{ m}^2$$

Svar: Den största båten (arean) som kan ta sig under kolossen på Rhodos kan vara 243 m^2 .

40. Halvering var 1600 år, det ger en exponentiell förändring. $k(t)$ ger antal kärnor efter tiden t .

$$k(t) = C \cdot a^{bt} \quad C = \text{startantal som är } 10^{25}$$

Halvering ger $a = \frac{1}{2}$ men det ska ske var 1600 år
 därför ska konstanten för b vara $\frac{1}{1600}$ eftersom
 om $t = 1600$ ska en halvering ske om $t = 3200$
 ska två halveringar ske. Det funkar!

$$k(t) = 10^{25} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1600}} \quad \text{Hitta } t \text{ då } 99\% \text{ har försvunnit}$$

av 10^{25}

$$0,01 \cdot 10^{25} = 10^{25} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1600}}$$

$$0,01 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1600}}$$

$$\lg(0,01) = \frac{t}{1600} \cdot \lg\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t = \frac{1600 \cdot \lg(0,01)}{\lg\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 10630 \text{ år}$$

Svar: efter 10630 år kan man visa Curies böcker
 för allmänheten

41. Gladpartiets röster: g $\underline{2 \cdot (g - 10) = 5 + 10}$ (I)

Snällpartiets röster: s $\underline{3(s - 10) = 9 + 10}$ (II)

I $2g - 20 = 5 + 10$ II $3(2g - 30 - 10) = 9 + 10$

$$2g - 30 = 5$$

$$6g - 90 - 30 = 9 + 10$$

$$5g = 130 \Rightarrow g = 26$$

$$s = 2 \cdot 26 - 30 = 22$$

Svar: Gladpartiet har 26%
 och Snällpartiet 22%

42



Pelle $\Rightarrow S_2 = 83 \cdot t$ de kommer från samtidigt
 Joachim $\Rightarrow S_1 = 72 \cdot t$ t för respektive funktion/levation är
 samma

$$\begin{aligned}
 S_1 + S_2 &= 310 \Rightarrow 310 = 83 \cdot t + 72 \cdot t \\
 310 &= 155t \\
 2 &= t
 \end{aligned}$$

$$S_2 = 83 \cdot 2 = 166 \text{ km}$$

$$S_1 = 72 \cdot 2 = 144 \text{ km}$$

Stor mellan Göteborg - Jönköping
 är det 166 km och mellan
 Norrköping - Jönköping är det
 144 km

$$\begin{aligned}
 43. \text{ Joachim} &\Rightarrow 80 = V \cdot t & \text{I} \\
 \text{Joachim} &\Rightarrow 80 = 2V(t-2) & \text{II}
 \end{aligned}$$

$$\text{I } V \cdot t = 80 \quad t = \frac{80}{V}$$

$$\text{II } 2 \cdot V \cdot \frac{80}{V} - 4V = 80$$

$$160 - 4V = 80$$

$$V = 20 \text{ km/h}$$

$$80 = 20 \cdot t \Rightarrow t = 4$$

Joachim ökte på 2 timmar

Joachim cyklar med en hastighet 20 km/h

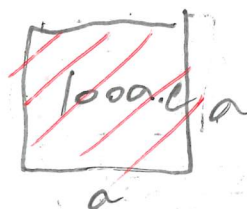
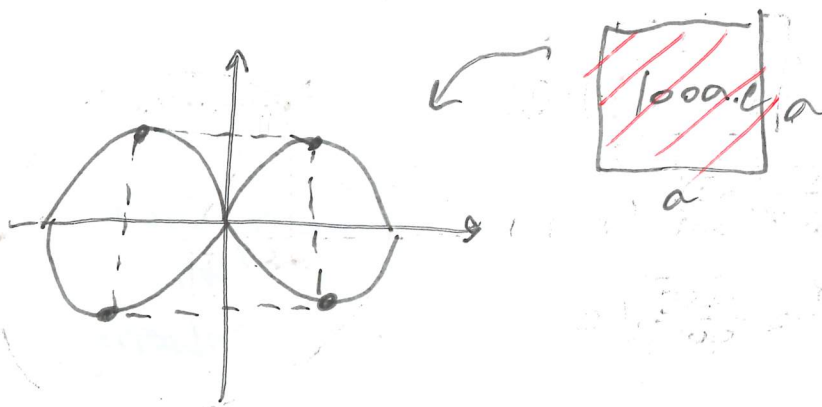
Joachim cyklar med en hastighet 40 km/h

44. Fond A: $A(x) = C \cdot (1,11)^x - \frac{Cx}{10}$

Fond B: $B(x) = C \cdot (1,05)^x$

undersök på geometriska skriv in funktionerna och skapa en glidare för C . Undersök skärning mellan $A(x) = B(x)$. Vi kan se att oavsett vilket startvärde C vi börjar med kommer $A(x) > B(x)$ där $x \geq 7,57$ därför är det bättre att investera i $A(x)$ om man vill investera långsiktigt

45.

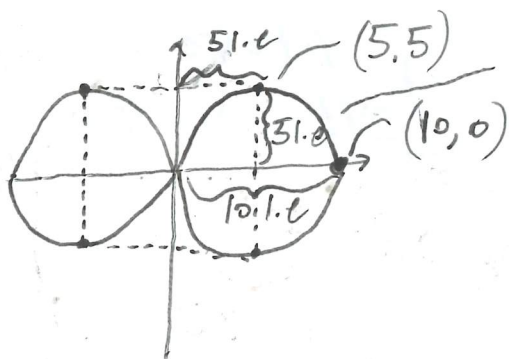


$$a^2 = 1000$$

$$a = \sqrt{1000}$$

Eller: sidlängden är 10.1.0

lös 1.



$$f(x) = -ax^2 + bx$$

$$f(5) = -a \cdot 25 + 5b = 5$$

$$-25a + 5b = 5$$

$$f(10) = -a \cdot 100 + 10b = 0$$

$$-100a + 10b = 0$$

$$-25a + 5b = 5 \quad \text{I}$$

$$-100a + 10b = 0 \quad \text{II}$$

$$\text{I} -25a + 5 \cdot 10a = 52$$

$$= 25a = 5$$

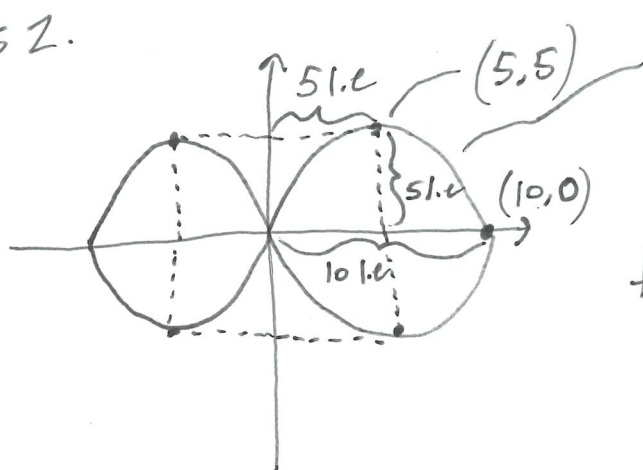
$$a = \frac{1}{5}$$

$$b = 10 \cdot \frac{1}{5} = 2$$

$$f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 2x$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = 2 \end{cases} \quad \text{Eller:} \quad \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = 2 \end{cases}$$

45 Lös 2.



$$f(x) = -ax^2 + bx$$

Skriv $f(x)$ i faktorform

$$f(x) = kx(x-10)$$

nollstället

$$f(x) = kx(x-10)$$

$$f(5) = k \cdot 5 \cdot (5-10) = 5$$

$$= -25k = 5$$

$$k = -\frac{1}{5}$$

$$f(x) = -\frac{1}{5}x(x-10) = -\frac{1}{5}x^2 + 2x$$

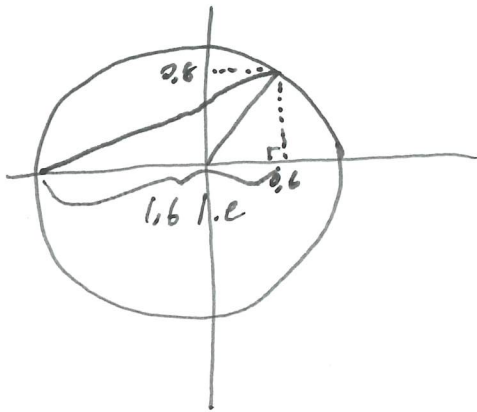
Jämför $f(x) = -ax^2 + bx$ med $-\frac{1}{5}x^2 + 2x$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Svar: } \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = 2 \end{cases}$$

Geometri

46.



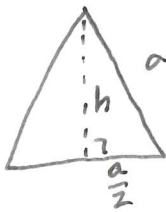
$$1,6^2 + 0,8^2 = (CD)^2$$

$$\sqrt{2,56 + 0,64} = CD$$

$$\sqrt{3,2} = CD$$

47.

a)



$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}}$$

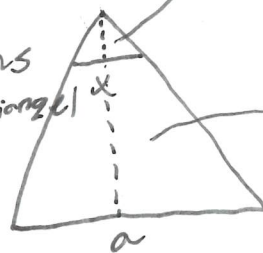
$$= \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}a}{16} = \frac{h}{8}$$

$$b) \quad h = \frac{\sqrt{3}a}{2} \quad \frac{h}{4} = \frac{\sqrt{3}a}{8}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{4} \quad \frac{h}{8} = \frac{\sqrt{3}a}{16}$$

x = bas
lilla triangel



$$\frac{\sqrt{3}a}{2} = h$$

Likformighet: $\frac{a}{x} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{\frac{\sqrt{3}a}{16}}$

$$\frac{a}{x} = \frac{16}{2} = 8$$

$$x = \frac{a}{8}$$

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{\frac{a}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{16}}{2} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}a^2}{128}\right)}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{256} \text{ a.e.}$$