

6. $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 10$ $(2, 7)$ och $(4, 0)$
 $x_1 \ y_1$ $x_2 \ y_2$

$$\frac{a-7}{4-2} = 10$$

$$\frac{a-7}{2} = 10$$

$$a-7 = 20$$

$$a = 27$$

da $x=2$ och $y=7$ $7 = 2 \cdot 10 + m$ $m = -13$

$y = 10x - 13$ b) parallell: $y = 10x - 1$ finns oändligt många

c) vinkelrät $k_1 \cdot k_2 = -1$ $10 \cdot k_2 = -1$ $k_2 = -\frac{1}{10}$

$y = -\frac{1}{10}x + 2$ finns oändligt många

7. Svart: $2x^2 + 1$

Röd: $2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Blå: $2 \cdot 2^x$

Grön: $-x^2 + 1$

8. $B(t) = C \cdot a^t$ $C = 150000$

Sök a $B(2) = 600000$

$$600000 = 150000 \cdot a^2$$

$$a^2 = 4$$

$$a = \pm 2$$

vi söker den positiva förändringsfaktorn

$$B(t) = 150000 \cdot 2^t$$

9. $f(x) = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$

$$g(x) = 4x + m$$

$$f(2) = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 20 \cdot \frac{1}{4} = 5$$

$g(2) = 5$ eftersom de ska förändras där

$$5 = 4 \cdot 2 + m$$

$$-3 = m$$

Svar: $m = -3$

$$f(x) = 20$$

$$-7x + 20 = 20$$

$$-7x = 0$$

$$x = 0$$

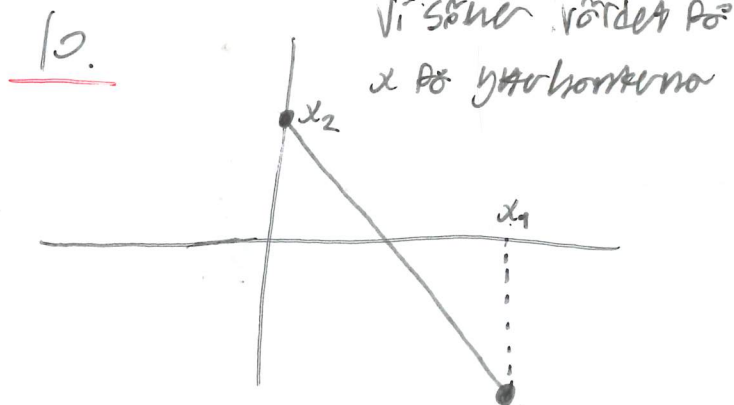
$$f(x) = -3$$

$$-7x + 20 = -3$$

$$-7x = -23$$

$$x = \frac{23}{7}$$

Def. mängd: $0 < x < \frac{23}{7}$



11. $f(x) = 2x + 1$
 $g(x) = -3x - 1$

$f(g(x)) = 2(-3x - 1) + 1$
 $= -6x - 2 + 1$
 $= -6x - 1$

12. $y = kx + 2 \leftarrow \text{linje 1}$

linje 2 går igenom $(1, 2)$, $(k_1, 8)$
 $x_1 \ y_1$ $x_2 \ y_2$

$k_2 = \frac{-1}{k_1} = \frac{8-2}{k_1-1}$

$= \frac{-1}{k_1} = \frac{6}{k_1-1}$ korsmulti \Rightarrow

linje 1 linje 2
 $k_1 \cdot k_2 = -1$
 $k_2 = \frac{-1}{k_1}$

$-k_1 + 1 = 6k_1$
 $1 = 7k_1$
 $\frac{1}{7} = k_1$

Svar: $k_1 = \frac{1}{7}$

13. $f(x) = kx + m \leftarrow$ Alla rötta linjer

$f(ax) = k \cdot ax + m$

$f(ax) = a \cdot f(x)$

$a \cdot f(x) = a(kx + m)$
 $= akx + am$

$kax + m = kax + am$

Stämmer enbart då $m = 0$

Svar: Sambandet gäller för alla rötta linjer på formen $f(x) = kx$

14. a) Rita en röt linje som går igenom $(0, a)$ och $(3a, 4a)$
 $y = kx + m$ $m = a$ eftersom det är y-värdet
 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



$k = \frac{4a - a}{3a - 0} = \frac{3a}{3a} = 1$ $y = x + a$

Undersök om linjen går igenom $(a, 2a)$ $x = a \Rightarrow y = a + a = 2a$
 Stämmer! Linjen: $y = x + a$

14. b) 2 fall antingen att funktionen går igenom $(a, 2a)$ eller $(3a, 4a)$ $f(x) = C \cdot k^x$ $C=a$ eftersom den står i y-dö

fall 1: Genom $(a, 2a)$

$$f(x) = a k^x$$

$$f(a) = a k^a = 2a$$

$$(k)^a = 2$$

$$k = 2^{\frac{1}{a}}$$

$$f(x) = a \cdot \left(2^{\frac{1}{a}}\right)^x$$

Går funkt. igenom $(3a, 4a)$?

$$f(3a) = a \cdot \left(2^{\frac{1}{a}}\right)^{3a}$$

$$= a \cdot 2^3 = 8a$$

$4a \neq 8a$
den går inte igenom $(3a, 4a)$

fall 2: Genom $(3a, 4a)$

$$f(x) = a k^x$$

$$f(3a) = a k^{3a} = 4a$$

$$k^{3a} = 4$$

$$k = 4^{\frac{1}{3a}}$$

$$f(x) = a \cdot \left(4^{\frac{1}{3a}}\right)^x$$

Går funkt. igenom $(a, 2a)$?

$$f(a) = a \cdot \left(4^{\frac{1}{3a}}\right)^a$$

$$f(a) = a \cdot 4^{\frac{1}{3}}$$

$$a \cdot 4^{\frac{1}{3}} \neq 2a$$

den går inte igenom $(a, 2a)$ \square

15. Undersök värdena för $f(b) = 4$ i grafen

$$f(b) = 4 \text{ ger } b = 1 \text{ Grafiskt}$$

$$f(a \cdot b) = 0 \quad b = 1 \Rightarrow f(a) = 0 \quad a = 5 \text{ Grafiskt!}$$

$$f(a \cdot b \cdot c) = -2 \quad a \cdot b = 5 \Rightarrow f(5 \cdot c) = -2$$

$$5c = 7 \quad c = \frac{7}{5}$$

$$a + b + c = 1 + 5 + \frac{7}{5} = 6 + \frac{7}{5}$$

$$= \frac{30}{5} + \frac{7}{5} = \frac{37}{5}$$

$$\text{Svar: } a + b + c = \frac{37}{5}$$

16. $f(x) = 7000000 \cdot 1,015^x$

a) Det ökar med 1,5% varje år.

b) $f(0) = 7000000 \cdot 1,015^0 = 7000000$ är befolkningen år 2022

c) $f(20) = 7000000 \cdot 1,015^{20} \approx 9427985$ är befolkningen år 2042

17. $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{625 - 564}{167 - 123} \approx 1,386$

$(123, 564)$ $(167, 625)$
 $x_1 \ y_1$ $x_2 \ y_2$

18. $y = 4x + 1$ Parallell $k_1 = k_2$

$y = 4x + m$ då $x = 6$ är $y = 10 \Rightarrow \begin{cases} 10 = 6 \cdot 4 + m \\ 10 = 24 + m \\ m = -14 \end{cases}$

Svar: $y = 4x - 14$

19. $f(x) = x^2 + x$

a) $(3, 12) \Rightarrow f(3) = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$ Stämmer!

b) $(-2, 2) \Rightarrow f(-2) = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ Stämmer!

c) $(10, 112) \Rightarrow f(10) = 10^2 - 10 = 100 - 10 = 90$ Stämmer inte!!

20. Opskriv in funktionerna i GeoGebra

$f(x) = 2^x + 1$ och $g(x) = 4x + 6$

undersök då $f(x) = g(x)$ $x_1 = -1,136$
Skärning mellan linjerna $x_2 = 4,53$

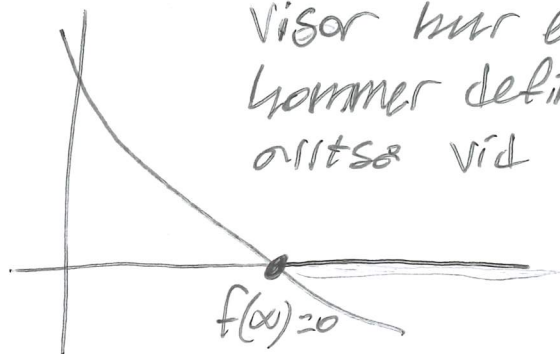
b) Gör samma som a) $x_1 = -2$
med GeoGebra $x_2 = 0$
 $x_3 = 2$

21. $f(x) = Ca^x$ $C = \text{Startvärde} = 150$ personer i byn 2022
 a är förändringsfaktorn $= 0,9$ minskning med 10%

$$f(x) = 150 \cdot 0,9^x \quad f(10) = 150 \cdot 0,9^{10} \approx 52$$

22. Skriv in $f(x)$ i geoalgebra. Eftersom funktionen

visar hur ett läkemedel lämnar kroppen
kommer definitionsmängden vara från $x=0$
avläs vid tiden noll (intagen tablett) tills att



$$f(x) = 0 \quad \text{Def.mängd: } 0 \leq x \leq 7,9$$

$$x \approx 7,9$$

enligt

geoalgebra

23. Min köra bil: $M(x) = 1000x + 2000$

Vilken får dag: $V(x) = 1250x + 1000$

Jaktrens modell ska ligga mellan i startpris: 1500

$J(x) = 4x + 1500$ $J(x)$ och $M(x)$ ska vara samma
då $x = 5$

$$M(5) = 1000 \cdot 5 + 2000 = 7000$$

$$J(5) = 7000 \Rightarrow 7000 = 5k + 1500$$

$$5500 = 5k$$

$$k = 1100$$

$$\text{Svar: } J(x) = 1100x + 1500$$

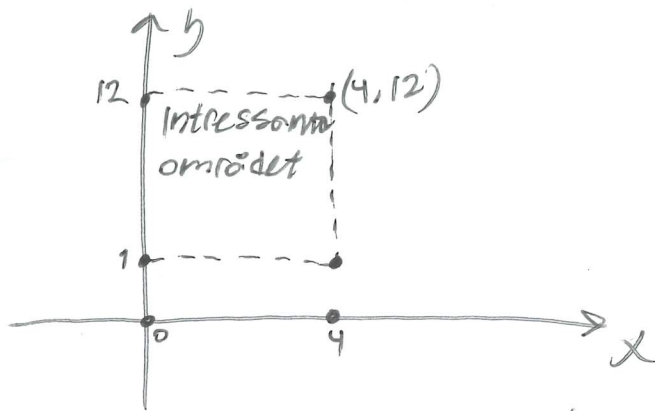
24. Skriv in funktionerna i geoalgebra $f(x) = 4x + 2$

undersök när $f(x) \geq 3^x$

$$g(x) = 3^x$$

Utifrån en grafisk lösning $-0,32 \leq x \leq 2,15$

25.



Räta linjer ska gå igenom
 Punktterna $(0,1)$ och $(4,12)$
 eller $(0,12)$ och $(4,1)$

Räta linjen för $(0,1)$ och $(4,12)$ $f(x) = kx + 1$

$$f(4) = 12 = 4k + 1 \quad f(x) = \frac{11}{4}x + 1$$

$$11 = 4k$$

$$k = \frac{11}{4}$$

Räta linjen för $(0,12)$ och $(4,1)$ $g(x) = kx + 12$

$$g(4) = 1 = 4k + 12$$

$$-11 = 4k$$

$$k = -\frac{11}{4}$$

$$g(x) = -\frac{11}{4}x + 12$$

En exponentiell funktion som går igenom $(0,1)$ och $(4,12)$

$$h(x) = 1 \cdot a^x \quad h(4) = 12 = a^4$$

$$(12)^{\frac{1}{4}} = (a^4)^{\frac{1}{4}}$$

$$a = 12^{\frac{1}{4}} \quad h(x) = (12^{\frac{1}{4}})^x = 12^{\frac{x}{4}}$$

Man hade kunnat ta exponentiella funktionen som
 gick igenom $(0,12)$ och $(4,1)$ också. Det finns massor
 exempel!

$$26. \quad f(x) = k_1 x + m_1 \quad g(x) = k_2 x + m_2$$

$$f(g(x)) = k_1(k_2 x + m_2) + m_1 = k_1 \cdot k_2 x + k_1 m_2 + m_1$$

$$= \underbrace{k_1 \cdot k_2 x + k_1 m_2 + m_1}_{\text{om de är vinkelräta}} = \underbrace{-x + k_1 m_2 + m_1}_{\text{en rät linje med } k = -1}$$

om de är vinkelräta
måste detta bli -1

en rät linje
med $k = -1$



$$27. \quad a) \quad \text{Lögenhetskurvan: } f(x) = \underbrace{2000000}_{\text{värdering 2022}} \cdot \underbrace{1,03^x}_{\text{förändringsfaktor}}$$

$$\text{Värderingskurvan: } g(x) = \underbrace{21000000}_{\text{värdering 2022}} \cdot \underbrace{1,038^x}_{\text{förändringsfaktor}}$$

Undersök differensen efter 10 år

$$f(10) = 2000000 \cdot 1,03^{10} \approx 2687832 \text{ kr}$$

$$g(10) = 21000000 \cdot 1,038^{10} \approx 3049248 \text{ kr}$$

$g(10) - f(10) = 361416 \text{ kr}$ är differensen efter 10 år

b) Vi vill veta när $g(x) - f(x) = 1000000$

$$21000000 \cdot 1,038^x - 2000000 \cdot 1,03^x = 1000000$$

Skriv in det i GeoGebra

$$h(x) = 21000000 \cdot 1,038^x - 2000000 \cdot 1,03^x$$

$$a(x) = 1000000 \quad h(x) = a(x) \quad \text{där } x = 22,93$$

Svar: Efter 22,93 år är differensen mellan värderingarna 1000000 kr

$$28. f(x) = C \cdot a^x$$

$$\frac{f(h+2)}{f(h)} = 9$$

$$\frac{C \cdot a^{h+2}}{C \cdot a^h} = 9$$

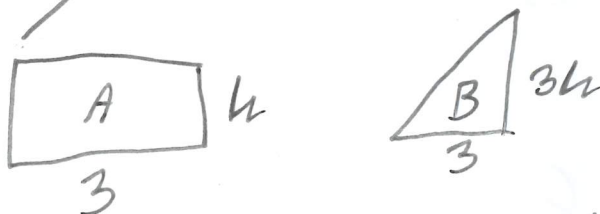
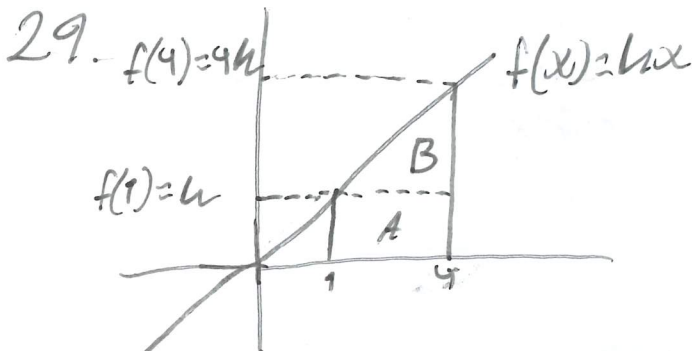
$$\frac{a^{h+2}}{a^h} = 9$$

$$h+2-h$$

$$a^2 = 9$$

$$a^2 = 9$$

$$a = \pm 3$$



$$\text{Area } A = 3h$$

$$\text{Area } B = \frac{9h}{2}$$

$$\text{Area total: } 10 = 3h + \frac{9h}{2}$$

$$10 = \frac{6h}{2} + \frac{9h}{2} = \frac{15h}{2}$$

$$20 = 15h$$

$$h = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

$$30. f(x) = C \cdot a^x$$

$C =$ beståndet 1950 (vilket vi inte vet)

2022 finns 3% LNOV

ON beståndet 0,03C

$$f(72) = 0,03C = C \cdot a^{72}$$

$$0,03 = a^{72}$$

$$(0,03)^{\frac{1}{72}} = (a^{\frac{72}{72}})^{\frac{1}{72}}$$

$a \approx 0,95$ var funktion $f(x) = C \cdot 0,95^x$

Hur många procent ON 1950 års bestånd finns LNOV

2050

$$f(100) = C \cdot 0,95^{100} = 0,0059C \text{ alltså } 0,59\% \text{ ON beståndet}$$

Som finns LNOV

31. Skapa en funktion utifrån informationen om radiumkärnorna halveras efter 1600 år och sedan halveras igen efter ytterligare 1600 år är det en exponentiell minskning

$f(x) = C \cdot a^x$ C kommer vara Radiumkärnorna 2022 och vi vet inte dem.

$$f(1600) = 0,5C = C \cdot a^{1600}$$

$$a^{1600} = 0,5$$

$$a = 0,5^{\frac{1}{1600}}$$

$$a = 0,99956 \text{ eller } 0,5^{\frac{1}{1600}}$$

första halveringen

$$f(x) = C \cdot \left(0,5^{\frac{1}{1600}}\right)^x = C \cdot 0,5^{\frac{x}{1600}}$$

Vi söker nu för vilket x är $f(x) = C \cdot 0,5^{\frac{x}{1600}} = 0,01C$

Det blir ett jobb för geogebra!

Skriv in $f(x) = C \cdot 0,5^{\frac{x}{1600}}$ och $g(x) = 0,01C$

Undersök sedan skärningen mellan $f(x)$ och $g(x)$

med andra ord $f(x) = g(x)$ och det ger

$x = 10630$ oavsett vilket C vi söker in.

Svar: 10630 år