

Lösungsfortschritt Übungsprov 1

1. a) $2(3+2^2)-4 =$

Priorisierungsregel!

$$= 2(3+4) - 4$$

$$= 2 \cdot 7 - 4$$

$$= 10$$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{10} = \frac{10}{30} + \frac{3}{30} = \frac{13}{30}$

c) $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{7}{2}} + 1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{7} + 1 = \frac{8}{21} + 1 = \frac{8}{21} + \frac{21}{21} = \frac{29}{21}$

d) $\frac{10^2}{5} \cdot \frac{50}{10^3} \cdot \frac{10}{2} =$

$$= \frac{10^2 \cdot 50 \cdot 10}{5 \cdot 10^3 \cdot 2} = \frac{10^3 \cdot 50}{10^3 \cdot 10} = \frac{50}{10}$$

$$= 5$$

e) $\frac{9}{4} / 5 + \frac{1}{2} = \frac{9}{4} / \frac{5}{1} + \frac{1}{2} =$

$$= \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{20} + \frac{10}{20} = \frac{19}{20}$$

$$= \frac{19}{20}$$

f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6$

regel $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

g) $\frac{(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10})}{2} = \frac{(\frac{5}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10})}{2}$

$$= \frac{\frac{8}{10}}{2} = \frac{8}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

h) $\frac{4 \cdot 2^{20}}{(4^2)^9} = \frac{4 \cdot (2^2)^{10}}{4^{18}} = \frac{4 \cdot 4^{10}}{4^{18}} = \frac{4^{11}}{4^{18}} = 4^{-7} = \frac{1}{4^7}$ — Stamma dort!

2. a) $-3(x+4) + 2x = -3x - 12 + 2x = -x - 12$

b) $5(x+2) - (4x+2) + 2x =$

$$= 5x + 10 - 4x - 2 + 2x =$$

$$= 3x + 8$$

c) $(x+5)(x-3) = x^2 - 3x + 5x - 15$

$$= x^2 + 2x - 15$$

d) $x^2(y+x) - y(y^3+3x) =$

$$= x^2y + x^3 - y^4 - 3xy$$
 — Stamma dort!

e) $(x^4 \cdot x^2)^2 \cdot (xy)^2 \cdot (y^2)^3 =$

$$= (x^6)^2 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot y^6 = x^{12} \cdot x^2 \cdot y^8 = x^{14} \cdot y^8$$

$$f) \frac{x^4 \cdot y^2 \cdot z^8}{x^3 \cdot y^2 \cdot z^2} = x^{4-3} \cdot y^{2-2} \cdot z^{8-(-2)} = x \cdot y \cdot z^{10} = x \cdot 1 \cdot z^{10} = x \cdot z^{10}$$

$$g) 2 \cdot 3^x + 3 \cdot 3^x + 4 \cdot 3^x = [\text{Addera ihop alla}] = 9 \cdot 3^x = 3^2 \cdot 3^x = 3^{x+2}$$

$$h) (2x+y) - (2x+2y) + y, \quad x+y=6$$

$$y=6-x \quad \text{Ersätt } y \text{ med } 6-x$$

$$(2x+(6-x)) - (2x+2(6-x)) + (6-x) = x+6 - (2x+12-2x) + 6-x$$

$$= x+6 - 2x - 12 + 2x + 6 - x = 0$$

$$3. \text{ a) } 2(x+6) + 3 = 16$$

$$2x+12 = 13$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$b) 2 \cdot \frac{x^2}{4} = 8 \cdot 2$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

$$c) 3x^2 + 4x - 16 - x^2 = 2x + 2x^2$$

$$2x^2 + 4x - 16 = 2x + 2x^2$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

$$d) \frac{2x+2}{5} \stackrel{\text{lös multi}}{=} \frac{3x+1}{3} \Rightarrow 3(2x+2) = 5(3x+1)$$

$$6x+6 = 15x+15$$

$$-9 = 9x$$

$$x = -1$$

$$e) (2x+2)(x+4) = (9+x)(x+1)$$

$$2x^2 + 8x + 2x + 8 = 9x + 9 + x^2 + x$$

$$2x^2 + 10x + 8 = x^2 + 10x + 9$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{1}$$

$$x = \pm 1$$

$$f) \sqrt{4x} \cdot \sqrt{x} = 44$$

$$\sqrt{4x^2} = 44$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{x^2} = 44$$

$$2x = 44$$

$$x = 22$$

9) $\frac{8^x \cdot 2^x}{2^{x+1}} = 4^{12}$ Skriv i samma bas

$$\frac{(2^3)^x \cdot 2^x}{2^{x+1}} = (2^2)^{12}$$

$$\frac{2^{3x} \cdot 2^x}{2^{x+1}} = 2^{24}$$

$$\frac{2^{4x}}{2^{x+1}} = 2^{24}$$

$$4x - (x+1) = 24$$

$$2 = 2$$

$$3x - 1 = 24$$

$$2 = 2$$

$$3x - 1 = 24$$

$$3x = 25$$

$$x = \frac{25}{3}$$

5. a) 15 megameter

$$\text{mega} = 10^6 \Rightarrow 15 \cdot 10^6 = 15000000$$

b) 32 pikometer

$$\text{piko} = 10^{-12} \Rightarrow 32 \cdot 10^{-12} = 0,00000000000032$$

c) 230 terahertz

$$\text{tera} = 10^{12} \Rightarrow 230 \cdot 10^{12} = 230000000000000$$

6. Tre är varandra följande heltal

$x, x+1, x+2$ Addera dessa!

$$x + x+1 + x+2 = 42$$

$$3x + 3 = 42$$

$$3x = 39$$

$$x = 13$$

Svar: Första talet är 13

7. Första talet: x

$$x + y = 12$$

Andra talet y

$$x - y = 2$$

$$x = 2 + y \leftarrow \text{Använd i eqn. } x + y = 12$$

$$2 + y + y = 12$$

$$2 + 2y = 12$$

$$2y = 10$$

$$y = 5$$

$$x + 5 = 12$$

$$x = 7$$

Svar: talen är 5 och 7

$$8. a) 2^x \cdot 4^x = 2^x \cdot (2^2)^x = 2^x \cdot 2^{2x} = 2^{3x}$$

$$b) \frac{3^{5x}}{9^{2x}} = \frac{3^{5x}}{(3^2)^{2x}} = \frac{3^{5x}}{3^{4x}} = 3^{5x-4x} = 3^x$$

$$c) 9^{6x} \cdot 2^{24x} = (3^2)^{6x} \cdot (2^2)^{12x} = 3^{12x} \cdot 4^{12x} = (3 \cdot 4)^{12x} = 12^{12x}$$

9. $x = \text{talet}$ $x^2 = \text{talet i kvadrat}$ ökning med 400% = $5x$

$$x + x^2 = 5x$$

10. a) $x = \text{Befolkningen}$

$$\frac{x + x^2}{x} = \frac{5x}{x}$$

$$\frac{x}{x} + \frac{x^2}{x} = 5$$

$$1 + x = 5$$

$$x = 4$$

Förändring efter 10 år $0,95^{10}$ - Antalet

$x \cdot 0,95^{10}$ efter 10 år!

b) Befolkningen 2032 $x \cdot 0,95^{10}$

ökning med 7% varje år i 5 år

$1,07^5$ Efter samtliga 15 år $x \cdot 0,95^{10} \cdot 1,07^5$

minskning med 6% förändringst.

11. Nyvärdet på aktien = x

3 års minskning med 6% varje år $0,94^3$

3 års ökning med 6% varje år $1,06^3$

$x \cdot 0,94^3 \cdot 1,06^3$ efter 6 år

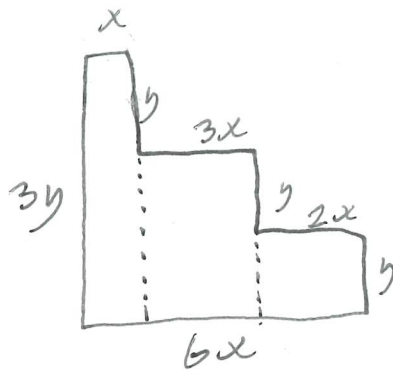
b) $x \cdot 0,94^3 \cdot 1,06^3 \cdot F = x$

$$0,94^3 \cdot 1,06^3 \cdot F = 1$$

$$F = \frac{1}{0,94^3 \cdot 1,06^3} \approx 1,01$$

Svar: Den måste öka med 1%

2. a)



$$\text{omkrets} = x + y + 3x + y + 2x + y + 6x + 3y$$

$$= 12x + 6y$$

$$\text{Area} = x \cdot 3y + 3x \cdot 2y + 2x \cdot y =$$

$$= 11xy$$

b) $xy = 10$

$$\text{Area} = 11xy \Rightarrow 11 \cdot 10 = 110 \text{ a.e} \quad \text{Svar: } 110 \text{ a.e}$$

13.

$$1. 3x = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{\frac{1}{3}}{3} = \frac{1}{9}$$

$$2. \frac{3y}{2} = \frac{1}{2}$$

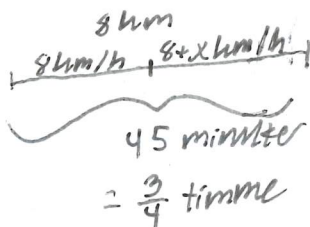
$$y = \frac{1}{3}$$

3.

$$\frac{\sqrt{x}}{y^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{\frac{1}{9}}}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}}}{\frac{1^2}{3^2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{9}}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{1} = \frac{9}{3} = 3$$

14.



Hur lång tid tog det att cykla de första 4 km?

$$s = v \cdot t \Rightarrow 4 = 8 \cdot t \quad t = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 30 \text{ minuter}$$

Den andra 4 km ökte de på 15 minuter = $\frac{1}{4}$ timme

$$s = v \cdot t \Rightarrow 4 = v \cdot \frac{1}{4}$$

$$v = 4 \cdot 4 = 16$$

Svar: De ökade med 8 km/h

15. Vi är intresserade av hur många som är kvar! Passagerare från biljett:

$$\text{Höllplats A: } \frac{3}{4}x + 6$$

hvar de nya

$$\text{Höllplats B: } \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4}x + 6 \right) + 7 = \frac{3}{8}x + 3 + 7 = \frac{3}{8}x + 10$$

$$\text{Höllplats C: } \frac{4}{5} \left(\frac{3}{8}x + 10 \right) = \frac{3}{10}x + 8$$

$$\frac{3}{10}x + 8 = 17$$

$$\frac{3x}{10} = 9 \quad 3x = 90 \quad x = 30$$

de som är kvar. Svar: 30 st

16. Försök få samtliga uttryck i samma exponent, undersök sedan vilken som har störst bas

$$\frac{2^{4000}}{3^{2000}} = \frac{(2^2)^{2000}}{3^{2000}} = \frac{4^{2000}}{3^{2000}} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2000}$$

$$\frac{9^{1000}}{4^{2000}} = \frac{(3^2)^{1000}}{4^{2000}} = \frac{3^{2000}}{4^{2000}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2000}$$

$$(2 \cdot 3)^{4000} = (2 \cdot 3)^{4000} = \left(\frac{3}{2}\right)^{4000} = \left(\frac{3^2}{2^2}\right)^{2000} = \left(\frac{9}{4}\right)^{2000}$$

$$\left(\frac{10^2}{12^2}\right)^{1000} = \left(\left(\frac{10}{12}\right)^2\right)^{1000} = \left(\frac{10}{12}\right)^{2000}$$

Alla har samma exponent!
Undersök baserna

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2000}, \left(\frac{10}{12}\right)^{2000}, \left(\frac{4}{3}\right)^{2000}, \left(\frac{9}{4}\right)^{2000}$$

Minst

Störst

$$\frac{3}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{12} < \frac{10}{12}$$

10 km längre än Pelle

Han cyklar 1,5 timme före Pelle

17. a) Joakim: $S = v \cdot t \Rightarrow S + 10 = 20 \cdot (t + \frac{3}{2}) = 20t + 20 \cdot \frac{3}{2} = 20t + 30$

Pelle: $S = v \cdot t \Rightarrow S = 30 \cdot t$

Lös ut S ur Joakims ekvation $S + 10 = 20t + 30$
 $S = 20t + 20$

Sätt ekvationerna lika med varandra $30t = 20t + 20$

börjar 1,5 tim före Pelle

$$10t = 20$$

$$t = 2 = \text{två timmar}$$

Svar: Joakim cyklar på $2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$ timmar

b) Pelle: $S = 30 \cdot t, t = 2 \Rightarrow S = 30 \cdot 2 = 60$ km

Joakim cyklar 10 km längre Svar: 70 km

18. 2^{64} gör att skriva som a^a där a är ett heltal

$$(2^2)^{32} = 4^{32} = (4^2)^{16} = 16^{16} \leftarrow \text{det är } a^a \text{ där}$$

$a = 16$ vilket visar att det funkar!