

Övningsprov – Ma3c – prov 2

OBS: Detta är ett övningsprov! Det innebär att detta är ett urval på uppgifter som liknar de uppgifterna ni kommer ha på det faktiska provet. Det innebär också **att ni inte ska enbart plugga på det här övningsprovet** utan även på andra uppgifter.

1. Derivera funktionerna

- a) $f(x) = 4^x$ (1/0/0)
b) $f(x) = 15^x$ (1/0/0)
c) $f(x) = 3^{2x}$ (1/0/0)
d) $f(x) = \frac{2e^{-3x}}{3}$ (1/0/0)
e) $f(x) = e^{\frac{x}{4}} + x^4 - 12x$ (1/0/0)

2. Bestäm samtliga primitiva funktioner för

- a) $f(x) = x^3 + 4x$ (1/0/0)
b) $f(x) = e^{4x} + 2$ (1/0/0)
c) $f(x) = 12x^3 + x - 1$ (1/0/0)
d) $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x}$ (0/1/0)
e) $f(x) = \frac{3}{x^2}$ (0/1/0)
f) $f(x) = \frac{b \cdot e^{(a+1)x + ax + a}}{c}$ (0/0/1)

3. Bestäm för vilket/vilka x följande funktioner har extrempunkter med hjälp av derivata

- a) $f(x) = x^2 + 4x - 2$ (2/0/0)
b) $f(x) = x^3 - 27x$ (2/0/0)
c) $f(x) = \frac{1}{x} + x$ (2/1/0)
d) $f(x) = e^{3x} - 10x$ (1/1/0)

4. Beräkna integralen

- a) $\int_0^1 3x^2 dx$ (2/0/0)
b) $\int_1^2 x + x^2 - 1 dx$ (2/0/0)

c) $\int_0^3 e^{3x} dx$ (2/0/0)

d) $\int_0^2 2 \cdot \sqrt{x} dx$ (0/2/0)

e) $\int_1^2 \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} dx$ (0/3/0)

5. Andraderivatatan för en funktion är $f''(x) = 4x + 2$ bestäm $f(x)$ om du vet att

- $f(x)$ har en extrempunkt i $x = 1$
- $f(x)$ skär y-axeln i $y = 5$

(0/1/2)

6. Bestäm x

a) $e^{3x} = 12$ (2/0/0)

b) $\int_0^x x^2 dx = \frac{8}{3}$ (0/2/0)

c) $\ln x + \ln 2 = \ln 6$ (2/0/0)

d) $\ln(x^2 - 5x) - \ln(x - 5) = \ln 7$ (0/3/0)

7. Skissa grafen till funktionen $f(x) = x^3 - 12x + 3$ algebraiskt

(2/1/0)

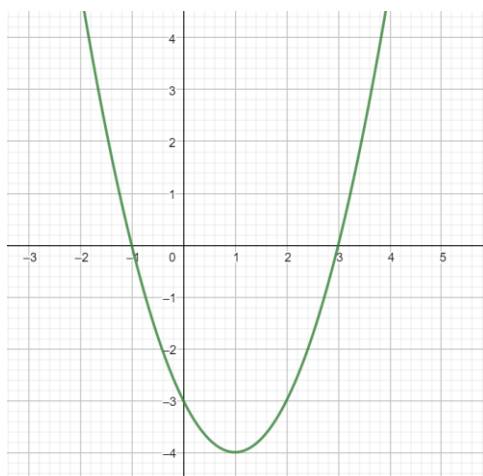
8. Bestäm samtliga vinklar inom intervallet $0 \leq v \leq 180$ för vilka $\sin v = \frac{\sqrt{3}}{2}$
(utan miniräknare)

(3/0/0)

9. Grafen nedan visar derivatan av $f(x)$

a) $f(x)$ har två extrempunkter. Bestäm x för dessa extrempunkter. (2/0/0)

b) Bestäm också om punkterna är maximi- eller minimipunkter. (1/1/0)



10. Bestäm samtliga asymptoter till följande funktioner

a) $f(x) = \frac{1}{2x}$ (2/0/0)

b) $f(x) = \frac{1}{1+x}$ (2/0/0)

c) $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ (1/1/0)

d) $f(x) = \frac{1}{x^2-x}$ (0/1/1)

e) $f(x) = \frac{1}{x} + x$ (0/1/1)

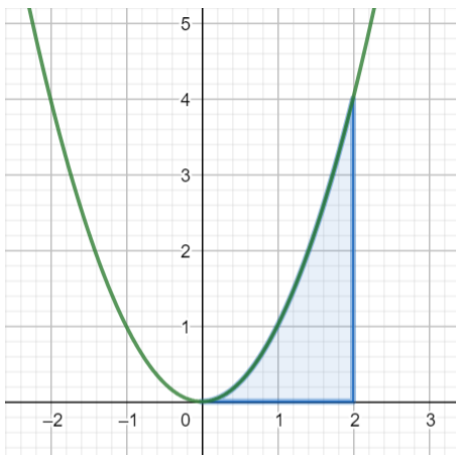
f) $f(x) = \frac{1}{2x} + x - 2$ (0/1/1)

11. Skissa grafen till funktionen $f(x) = \frac{1}{x} + x$ algebraiskt

(0/2/2)

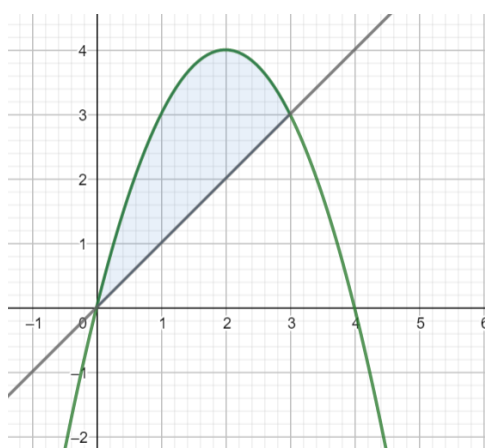
12. Bestäm arean av det markerade området

a) $f(x) = x^2$



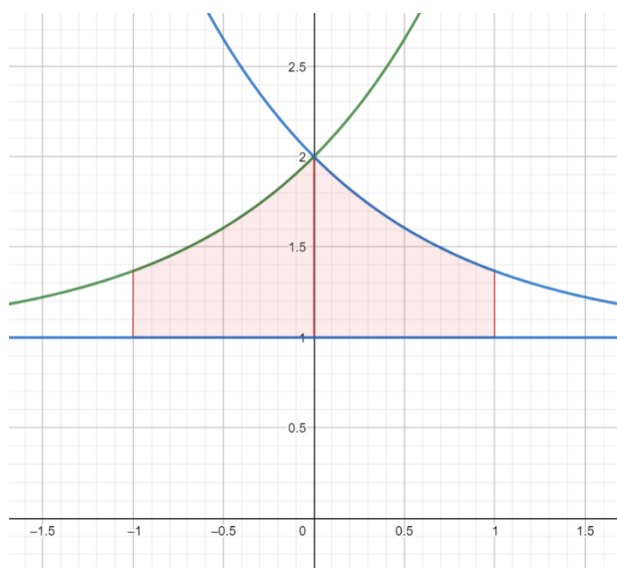
(2/0/0)

b) $f(x) = -x^2 + 4x$ $g(x) = x$



(0/3/0)

c) $f(x) = e^x + 1$ och $g(x) = e^{-x} + 1$



(0/2/1)

13. En tredjegradsfunktion $f(x)$ har följande egenskaper

- En extrempunkt i $x = 4$
- $f'(x)$ har en extrempunkt i $x = 2$

Bestäm x -koordinaten för den andra extrempunkten för $f(x)$

(0/0/2)

14. En låda är placerad inuti en kon. Konen har diametern 20 cm och höjden 40 cm. Vilken är den maximala volymen lådan kan anta?

(0/0/3)

15. Visa att $\frac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (utan miniräknare)

(1/2/0)

16. Fysikern och kemisten Marie Curies anteckningsböcker har en stor mängd radioaktivt radium (nuklid 226) på sig. Därför förvaras dem i ett speciellt skåp i Frankrike för att ingen ska skadas av den farliga radioaktiviteten. Hastigheten i vilket mängden radiumkärnor minskar kan beskrivas enligt funktionen $r(t) = -\frac{10^{25} \cdot \ln 2}{1600} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{1600} t}$ där t är tiden i år räknat från 2021. Antalet radiumkärnor är 2021 ungefär 10^{25} st. Nutidens kärnfysiker menar att 99% av

radiumkärnorna måste försvinna innan böckerna kan visas för allmänheten igen. Hur lång tid kommer det ta?

(0/2/2)